

Alexander - Teoría de los Juegos Evolutivos

Alexander, J. McKenzie, [Evolutionary Game Theory](#), The Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2009

1

La teoría de los juegos evolutivos se originó como una aplicación de la teoría matemática de los juegos a los contextos biológicos, surgiendo de comprender que la aptitud dependiente de la frecuencia introduce un aspecto estratégico en la evolución. Recientemente, sin embargo, la teoría de los juegos evolutivos se tornó de interés creciente para economistas, sociólogos y antropólogos, y para los científicos sociales en general, así como para los filósofos. El interés entre los científicos sociales en una teoría con raíces biológicas explícitas deriva de tres hechos. En primer lugar, la "evolución" tratada por la teoría de los juegos evolutivos no necesita ser una evolución biológica. La "evolución" puede, en este contexto, ser entendida a menudo como evolución cultural, referida a cambios en creencias y normas a lo largo del tiempo. En segundo lugar, los supuestos de racionalidad que subyacen a la teoría de los juegos evolutivos son, en muchos casos, más apropiados para el modelado de los sistemas sociales que los supuestos que subyacen a la teoría tradicional de los juegos. En tercer lugar, la teoría de los juegos evolutivos, como teoría explícitamente dinámica, proporciona un elemento importante que falta a la teoría tradicional. En el prefacio de *Evolution and the Theory of Games*, Maynard Smith señala que "paradójicamente, se ha demostrado que teoría de los juegos se aplica más fácilmente a la biología que al campo del comportamiento económico para el cual fue originalmente diseñada". Es quizás doblemente paradójico, entonces, que el desarrollo posterior de la teoría evolutiva de los juegos haya producido una teoría que es muy prometedora para los científicos sociales y que se aplica con tanta facilidad al campo del comportamiento económico como a aquél para el cual fue originalmente diseñada.

1. Desarrollo Histórico

La teoría evolutiva de los juegos fue desarrollada por primera vez por R. A. Fisher en su intento de explicar la igualdad aproximada de la proporción de sexos en los mamíferos (ver *The Genetic Theory of Natural Selection*, 1930). El rompecabezas de Fisher fue el siguiente: ¿por qué es que la proporción de sexos es aproximadamente igual en muchas especies donde la mayoría de los machos nunca se aparean? En estas especies, los machos no apareados parecen ser un exceso de equipaje llevado por el resto de la población, sin tener un uso real. Fisher se dio cuenta de que si medimos la aptitud individual en términos del número esperado de *nietos*, entonces la aptitud individual depende de la distribución de hombres y mujeres en la población. Cuando hay un mayor número de hembras en la población, los machos tienen una mayor aptitud individual; cuando hay más machos en la población, las hembras tienen una mayor aptitud individual. Fisher señaló que, en tal situación, la dinámica evolutiva conduce a que la proporción de sexos se fije en igual número de machos y hembras. El hecho de que la aptitud individual dependa de la frecuencia relativa de machos y hembras en la población introduce un elemento estratégico en la evolución.



J. McKenzie Alexander
Professor of Philosophy, London School of
Economics and Political Science
[Evolutionary game theory & Philosophy](#) 7m 22s

El argumento de Fisher se puede entender estratégicamente, pero no lo expresó en esos términos. En 1961, R. C. Lewontin hizo la primera aplicación explícita de teoría de los juegos a la biología evolutiva en *Evolution and the Theory of Games* (no confundir con la obra de Maynard Smith del mismo nombre). En 1972, Maynard Smith definió el concepto de una estrategia evolutivamente estable (en adelante EEE) en el artículo *Game Theory and the Evolution of Fighting*. Sin embargo, fue con la publicación de



John Maynard Smith 1920-2004
The idea of sexual selection 1m 22s

The Logic of Animal Conflict, de Maynard Smith y Price en 1973, que el concepto de EEE comenzó a circular de forma extensa. En 1982 apareció el texto seminal de Maynard Smith *Evolution and the Theory of Games*, seguido poco después por la famosa obra de Robert Axelrod *The Evolution of Cooperation* en 1984. Desde entonces, ha habido una verdadera explosión de interés de los economistas y los científicos sociales en la teoría de los juegos evolutivos (Ver la bibliografía más abajo).

2. Dos Enfoques de la Teoría de los Juegos Evolutivos

Hay dos aproximaciones a la teoría de los juegos evolutivos. El primer enfoque deriva del trabajo de Maynard Smith y Price y emplea el concepto de una estrategia evolutivamente estable como principal herramienta de análisis. El segundo enfoque construye un modelo explícito del proceso mediante el cual la frecuencia de las estrategias cambia en la población y estudia las propiedades de la dinámica evolutiva dentro de ese modelo.

Así pues, el primer enfoque puede ser considerado como un análisis conceptual estático de la estabilidad evolutiva. "Estático" porque, aunque se dan definiciones de estabilidad evolutiva, las definiciones avanzadas no suelen referirse al proceso subyacente por el cual los comportamientos (o estrategias) cambian en la población. El segundo enfoque, por el contrario, no intenta definir una noción de estabilidad evolutiva:

una vez que se ha especificado un modelo de dinámica de la población, se pueden llevar a la práctica todos los conceptos de estabilidad estándar utilizados en el análisis de sistemas dinámicos.



Robert Axelrod n. 1943

2.1 Definiciones de estabilidad evolutiva

Como ejemplo del primer enfoque, consideren el problema del juego del Halcón y la Paloma, analizado por Maynard Smith y Price en *The Logic of Animal Conflict*. En este juego, dos

individuos compiten por un recurso de valor fijo V . (En contextos biológicos, el valor V del recurso corresponde a un aumento en la aptitud darwiniana del individuo que obtiene el recurso; en un contexto cultural, el valor V del recurso tendría que ser dado por una interpretación alternativa más apropiada a la especificidad del modelo a mano.) Cada individuo sigue exactamente una de las dos estrategias descritas a continuación:

Halcón. Iniciar un comportamiento agresivo, no detenerse hasta que se lesione o hasta que el oponente retroceda.

Paloma. Retirarse inmediatamente si el oponente inicia un comportamiento agresivo.

Si suponemos que (1) cuando dos individuos inician una conducta agresiva, resulta eventualmente un conflicto y los dos individuos son igualmente propensos a salir heridos, (2) el costo del conflicto reduce la aptitud individual en algún valor constante C , (3) cuando un Halcón se encuentra con una Paloma, la Paloma se retira inmediatamente y el Halcón obtiene el recurso, y (4) cuando se encuentran dos Palomas el recurso es compartido por igual entre ellas, los pagos de aptitud para el juego del Halcón y la Paloma se pueden resumir según la siguiente matriz:

	Halcón	Paloma
Halcón	$\frac{1}{2}(V - C)$	V
Paloma	0	$V/2$

Figura 1. Juego del Halcón-Paloma

(Los pagos que figuran en la matriz son para un jugador que usa la estrategia en la fila correspondiente, jugando contra alguien que use la estrategia en la columna correspondiente. Por ejemplo, si ustedes juegan la estrategia Halcón ante un rival que juega la estrategia Paloma, su recompensa es V ; si ustedes juegan la estrategia Paloma contra un oponente que juega la estrategia Halcón, su pago es de 0 .)

Para que una estrategia sea *evolutivamente estable*, debe tener la propiedad de que si casi todos los miembros de la población la siguen, ningún mutante (es decir, un individuo que adopta una estrategia nueva) puede invadir con éxito. Esta idea se puede caracterizar de forma más precisa de la siguiente manera: Sea $\Delta F(s_1, s_2)$ el cambio en la aptitud de un individuo que sigue la estrategia s_1 contra un oponente que sigue la estrategia s_2 , y denotemos como $F(s)$ la aptitud total de un individuo que sigue la estrategia s ; además, supongamos que cada individuo de la población tiene una aptitud inicial de F_0 . Si σ es una estrategia evolutivamente estable y μ un mutante que intenta invadir la población, entonces

$$F(\sigma) = F_0 + (1-p) \Delta F(\sigma, \sigma) + p \Delta F(\sigma, \mu)$$

$$F(\mu) = F_0 + (1-p) \Delta F(\mu, \sigma) + p \Delta F(\mu, \mu)$$

donde p es la proporción de la población que sigue la estrategia mutante μ .

Dado que σ es evolutivamente estable, la aptitud de un individuo que sigue σ debe ser mayor que la aptitud de un individuo después que sigue μ (de lo contrario, el mutante que sigue μ sería capaz de invadir), y por tanto $F(\sigma) > F(\mu)$. Ahora, como p es muy próxima a 0 , esto requiere que *o bien*

$$\Delta F(\sigma, \sigma) > \Delta F(\mu, \sigma),$$

o bien

$$\Delta F(\sigma, \sigma) = \Delta F(\mu, \sigma) \text{ y } \Delta F(\sigma, \mu) > \Delta F(\mu, \mu).$$

(Ésta es la definición de una EEE que dan Maynard Smith y Price). En otras palabras, lo que esto significa es que una estrategia σ es una EEE si se cumple una de dos condiciones: (1) σ juega mejor contra σ que cualquier mutante contra σ , o (2) algún mutante juega tan bien contra σ como lo hace σ , pero σ juega mejor contra el mutante que lo que lo hace el mutante.

Dada esta caracterización de una estrategia evolutivamente estable, se puede confirmar fácilmente que, para el juego del Halcón-Paloma, la estrategia Paloma no es evolutivamente estable porque una población pura de Palomas puede ser invadida por un Halcón mutante. Si el valor V del recurso es mayor que el costo C de la lesión (por lo que vale la pena arriesgarse a sufrir una lesión para obtener el recurso), entonces la estrategia Halcón es evolutivamente estable. En el caso de que el valor del recurso sea menor que el costo de la lesión, no hay una estrategia evolutivamente estable si los individuos se limitan a seguir estrategias puras, aunque existe una estrategia evolutivamente estable si los jugadores pueden usar estrategias mixtas.¹

En los años posteriores al trabajo original de Maynard Smith y Price, se han propuesto conceptos alternativos de soluciones analíticas. De estos, dos importantes son la idea de un conjunto evolutivamente estable (véase Thomas 1984, 1985a, b), y la idea de una "EEE límite" (véase Selten 1983, 1988). El primero proporciona una generalización a conjuntos del concepto de una estrategia evolutivamente estable, y el último extiende el concepto de una estrategia evolutivamente estable al contexto de los juegos de forma extensiva de dos jugadores.

2.2 Especificación de la dinámica de la población

Como ejemplo del segundo enfoque, consideren el conocido dilema del prisionero. En este juego, las personas eligen una de dos estrategias, normalmente llamadas "Cooperar" y "Desertar". Aquí está la forma general de la matriz de pago del dilema del prisionero:

	Cooperar	Desertar
Cooperar	(R, R')	(S, T')
Desertar	(T, S')	(P, P')

*Figura 2. Matriz de Pagos del Dilema del Prisionero
Los pagos están listados como (Fila, Columna)*

donde $T > R > P > S$ y $T' > R' > P' > S'$. (Este formato no requiere que los pagos de cada jugador sean simétricos, sino que se obtenga el ordenamiento adecuado de pagos.) En lo que sigue, se supondrá que los pagos del Dilema del Prisionero son los mismos para todos en la población.

¿Cómo evolucionará una población de individuos que juegan repetidamente el Dilema del Prisionero? No podemos responder a esa pregunta sin introducir algunas hipótesis sobre la

¹ En una estrategia mixta, un jugador asigna una probabilidad a cada estrategia pura, y elige la estrategia a jugar usando un dispositivo de asignación al azar. Para el juego Halcón-Paloma, una estrategia mixta asignaría probabilidades iguales a jugar Halcón o Paloma, y decidiría qué jugar en un caso dado arrojando una moneda justa.

naturaleza de la población. Primero, supongamos que la población es bastante grande. En este caso, podemos representar el estado de la población simplemente siguiendo la pista de qué proporción siguen las estrategias Cooperar y Desertar. Sean p_c y p_d estas proporciones. Por otra parte, denotamos la aptitud media de los cooperadores y desertores por W_C y W_D , respectivamente, y hacemos que W denote la aptitud promedio de toda la población. Los valores de W_C , W_D y W pueden expresarse en términos de las proporciones de la población y los valores de pago como sigue:

$$\begin{aligned}W_C &= F_o + p_c \Delta F(C, C) + p_d \Delta F(C, D) \\W_D &= F_o + p_c \Delta F(D, C) + p_d \Delta F(D, D) \\W &= p_c W_C + p_d W_D.\end{aligned}$$

En segundo lugar, supongamos que la proporción de la población que sigue las estrategias Cooperar y Desertar en la próxima generación está relacionada con la proporción de la población que sigue las estrategias Cooperar y Desertar en la generación actual según la regla:

$$p'_c = \frac{p_c W_C}{W} \quad p'_d = \frac{p_d W_D}{W}$$

Podemos reescribir estas expresiones de la siguiente forma:

$$p'_c - p_c = \frac{p_c(W_C - \bar{W})}{W} \quad p'_d - p_d = \frac{p_d(W_D - \bar{W})}{W}$$

Si asumimos que el cambio en la frecuencia de la estrategia de una generación a la siguiente es pequeño, estas ecuaciones en diferencias pueden ser aproximadas por las ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dp_c}{dt} = \frac{p_c(W_C - \bar{W})}{W} \quad \frac{dp_d}{dt} = \frac{p_d(W_D - \bar{W})}{W}$$

Estas ecuaciones fueron ofrecidas por Taylor y Jonker (1978) y Zeeman (1979) para proporcionar una dinámica continua para teoría de los juegos evolutivos y se las conoce como la dinámica del replicador.

La dinámica del replicador puede usarse para modelar una población de individuos que juegan el dilema del prisionero. Para el Dilema del Prisionero, las aptitudes esperadas de Cooperar y Desertar son:

$$W_C = F_o + p_c \Delta F(C, C) + p_d \Delta F(C, D) = F_o + p_c R + p_d S$$

$$\text{y} \quad W_D = F_o + p_c \Delta F(D, C) + p_d \Delta F(D, D) = F_o + p_c T + p_d P.$$

Como $T > R$ y $P > S$, se sigue que $W_D > W_C$ y por lo tanto $W_D > W > W_C$. Esto significa que

$$\frac{W_D - \bar{W}}{\bar{W}} > 0$$

$$\text{y} \quad \frac{W_C - \bar{W}}{\bar{W}} < 0$$

Como las frecuencias de las estrategias de Desertar y Cooperar en la siguiente generación están dadas por

$$p'_d = p_d \cdot \frac{W_D - \bar{W}}{\bar{W}} > 0$$

y

$$p'_c = p_c \cdot \frac{W_C - \bar{W}}{\bar{W}} < 0$$

respectivamente, vemos que con el tiempo la proporción de la población que elige la estrategia Cooperar eventualmente se extingue. La figura 3 ilustra una forma de representar el modelo dinámico del replicador del dilema del prisionero, conocido como diagrama de espacio de estados.



Figura 3. Modelo del Replicador Dinámico del Dilema del Prisionero

Interpretamos este diagrama de la siguiente manera: el punto más a la izquierda representa el estado de la población donde todos desertan, el punto más a la derecha representa el estado donde todos cooperan, y los puntos intermedios representan estados donde una parte de la población deserta y el resto coopera. (Se mapean los estados de la población en puntos en el diagrama mapeando el estado cuando N% de la población deserta sobre el punto de la línea situado a un N% del camino hasta el punto más a la izquierda.) Las flechas en la línea representan la trayectoria evolutiva seguida por la población en el tiempo. El círculo abierto en el punto más a la derecha indica que el estado donde todos cooperan es un equilibrio inestable, en el sentido de que si una pequeña parte de la población se desvía de la estrategia Cooperar, la dinámica evolutiva expulsará a la población de ese equilibrio. El círculo sólido en el punto más a la izquierda indica que el estado donde todos desertan es un equilibrio estable, en el sentido de que si una pequeña porción de la población se desvía de la estrategia Desertar, entonces la dinámica evolutiva conducirá a la población de nuevo al estado de equilibrio original.

En este punto, se puede ver poca diferencia entre los dos enfoques de la teoría de los juegos evolutivos. Uno puede confirmar que, para el dilema del prisionero, el estado donde todos desertan es el único EEE. Dado que este estado es el único equilibrio estable bajo la dinámica del replicador, las dos nociones encajan perfectamente: el único equilibrio estable bajo la dinámica del replicador ocurre cuando todos en la población siguen el único EEE. En general, sin embargo, la relación entre EEEs y estados estables de la dinámica del replicador es más compleja de lo que sugiere este ejemplo. Taylor y Jonker (1978), así como Zeeman (1979), establecen condiciones bajo las cuales se puede inferir la existencia de un estado estable bajo la dinámica del replicador dada una estrategia evolutivamente estable. Dicho en forma aproximada, si sólo existen dos estrategias puras, entonces, dada una estrategia evolutivamente estable (posiblemente mixta), el estado correspondiente de la población es un estado estable bajo la dinámica del replicador. (Si la estrategia evolutivamente estable es una estrategia mixta S, el estado correspondiente de la población es el estado en el que la proporción de la población que sigue la primera estrategia es igual a la probabilidad asignada a la primera estrategia por S y el resto sigue la segunda estrategia). Sin embargo, esto puede no ser cierto si existen más de dos estrategias puras.

La conexión entre EEEs y estados estables bajo un modelo dinámico evolutivo se debilita aún más si no modelamos la dinámica mediante la dinámica del replicador. Por ejemplo, supongamos que usamos un modelo de interacción local en el que cada individuo juega el dilema del prisionero con sus vecinos. Nowak y May (1992, 1993), utilizando un modelo espacial en el que las interacciones locales ocurren entre individuos que ocupan nodos vecinos en una red cuadrada, muestran que los estados estables de población para el dilema del prisionero dependen de la forma específica de la matriz de pago.²

Cuando la matriz de pagos de la población tiene los valores $T = 2,8$, $R = 1,1$, $P = 0,1$, y $S = 0$, la dinámica evolutiva del modelo de interacción local concuerda con los de la dinámica del replicador, y da lugar a un estado donde cada individuo sigue la estrategia desertar - que es, como se señaló anteriormente, la única estrategia evolutivamente estable en el dilema del prisionero. La siguiente figura ilustra la rapidez con que una población de este tipo converge a un estado donde todos desertan.

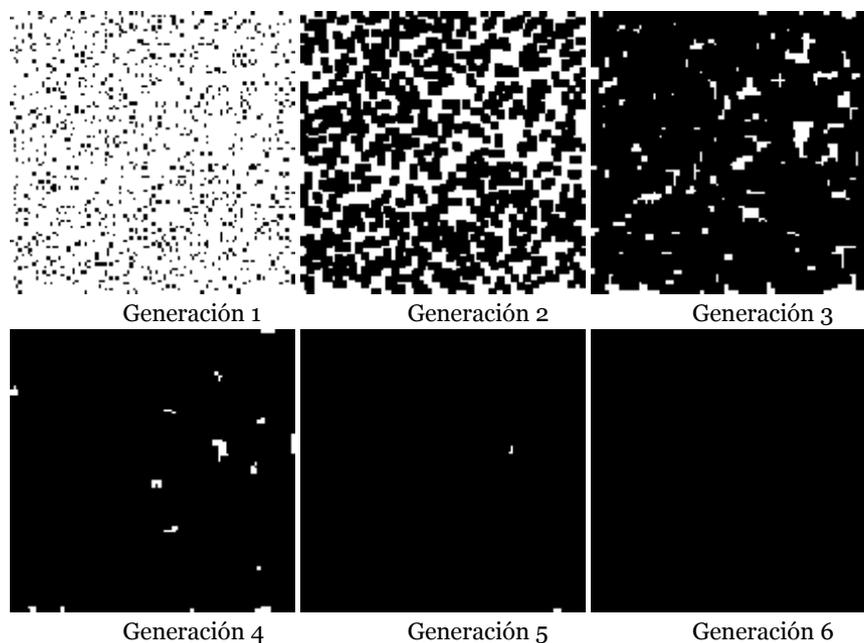


Figura 4. Dilema del Prisionero: Todos Desertan
[\[Ver una película de este modelo\]](#)

Sin embargo, cuando la matriz de pagos tiene valores de $T = 1,2$, $R = 1,1$, $P = 0,1$ y $S = 0$, la dinámica evolutiva lleva a la población a un ciclo estable que oscila entre dos estados. En este ciclo coexisten cooperadores y desertores, con algunas regiones que contienen "intermitentes" oscilando entre desertores y cooperadores (como se ve en las generaciones 19 y 20).

² En el modelo de Nowak y May, cada individuo en la cuadrícula juega el dilema del prisionero con sus ocho vecinos más cercanos. Al final de cada ronda de juego, una persona compara su puntuación con la de sus vecinos. Si uno de sus vecinos obtuvo una puntuación más alta, ese jugador adoptará la estrategia utilizada por su vecino más exitoso (presumiblemente usando algún tipo de proceso de aleatorización para romper los empates). Si ningún vecino gana una puntuación más alta, ese jugador continuará usando la misma estrategia en la siguiente ronda de juego. Todos los individuos cambian de estrategia al mismo tiempo, y todos tienen la misma estructura de pagos.

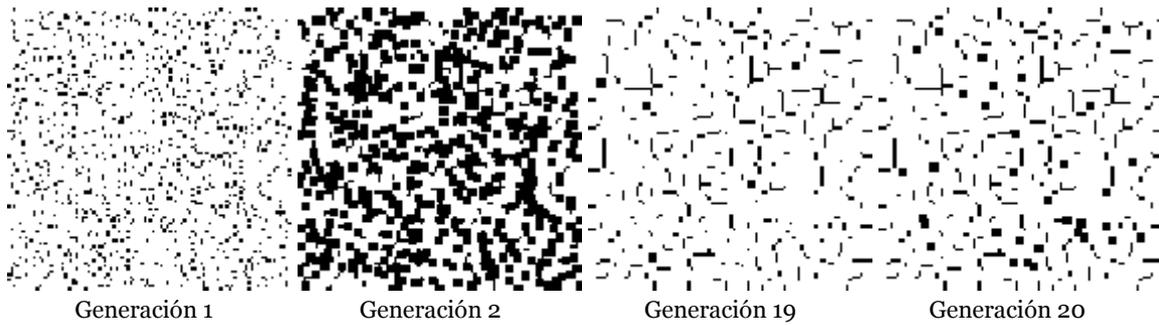


Figura 5. Dilema del Prisionero: Cooperar
[\[Ver una película de este modelo\]](#)

Obsérvese que con estas configuraciones particulares de valores de los pagos, la dinámica evolutiva del modelo de interacción local difiere significativamente de la dinámica del replicador. Con estos pagos, los estados estables no tienen análogo correspondiente en la dinámica del replicador ni en el análisis de estrategias evolutivamente estables.

Un fenómeno de gran interés tiene lugar cuando fijamos valores de los pagos de $T= 1.61$, $R= 1.01$, $P= 0.01$, y $S= 0$. En este caso, la dinámica de la interacción local conduce a un mundo constantemente en flujo: con estos valores, las regiones ocupadas predominantemente por cooperadores pueden ser invadidas con éxito por los Desertores, y las regiones ocupadas predominantemente por Desertores pueden ser invadidas con éxito por los Cooperadores. En este modelo, no existe una "estrategia estable" en el sentido dinámico tradicional.³

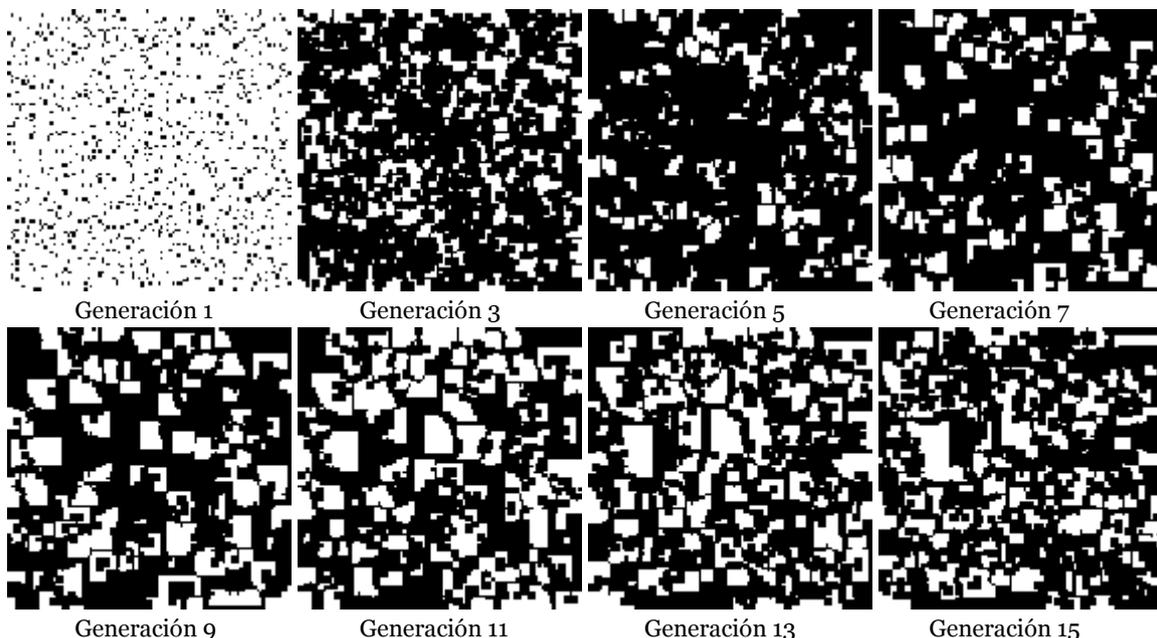


Figura 6. Dilema del Prisionero Caótico
[\[Ver una película de este modelo\]](#)

³ Por supuesto, Nowak y May estaban hablando algo libremente cuando se refirieron a este comportamiento como "caótico". Dado que sólo hay muchos estados finitos de la población, debe ser el caso que este sistema dinámico eventualmente se asiente en un ciclo (aunque puede no repetirse por un tiempo muy largo). Sin embargo, el punto es bastante claro: en este caso particular somos incapaces de predecir el estado del modelo después de N generaciones (para un N grande) sin ejecutar el modelo para ese período de tiempo. En los casos anteriores, es fácil predecir el estado futuro de la población dado su estado actual.

Estos modelos demuestran que, aunque existen numerosos casos en los que ambos enfoques de la teoría de los juegos evolutivos llegan a la misma conclusión con respecto a las estrategias que uno esperaría encontrar en una población, hay suficientes diferencias en los resultados de los dos modos de análisis para justificar el desarrollo de cada programa.

3. ¿Por qué la Teoría de los Juegos Evolutivos?

Aunque la teoría de los juegos evolutivos ha proporcionado numerosas ideas a cuestiones evolutivas particulares, un número creciente de científicos sociales se han interesado en la teoría de los juegos evolutivos con la esperanza de que proporcionará herramientas para hacer frente a una serie de deficiencias en la teoría tradicional de los juegos, tres de las cuales se discuten a continuación.

3.1 El problema de selección del equilibrio

El concepto de equilibrio de Nash ha sido el concepto de solución más utilizado en teoría de los juegos desde su introducción por John Nash en 1950. Se dice que una selección de estrategias por un grupo de agentes está en un equilibrio de Nash si la estrategia de cada agente es la mejor respuesta a las estrategias elegidas por los otros jugadores. Por mejor respuesta, queremos decir que ninguna persona puede mejorar su pago cambiando estrategias a menos que al menos otro individuo cambie de estrategia también. Esto no significa necesariamente que los beneficios para cada individuo sean óptimos en un equilibrio de Nash: de hecho, uno de los hechos inquietantes del dilema del prisionero es que el único equilibrio de Nash del juego - cuando ambos agentes desertan - es subóptimo.⁴

Sin embargo, surge una dificultad con el uso del equilibrio de Nash como un concepto de solución para los juegos: si restringimos a los jugadores a usar estrategias puras, no todos los juegos tienen un equilibrio de Nash. El juego "Matching Pennies" ilustra este problema.

	Cara	Cruz
Cara	(0, 1)	(1, 0)
Cruz	(1, 0)	(0, 1)

*Figura 7. Matriz de Pagos del juego "Matching Pennies"
(Fila gana si las dos monedas no coinciden, mientras que
Columna gana si las dos monedas coinciden).*

Si bien es cierto que todo juego no cooperativo en el que los jugadores pueden utilizar estrategias mixtas tiene un equilibrio de Nash, algunos han cuestionado la importancia de esto para los agentes reales. Si parece apropiado exigir que los agentes racionales adopten sólo estrategias puras (tal vez porque el costo de implementar una estrategia mixta es demasiado alto), entonces el teórico del juego debe admitir que ciertos juegos carecen de soluciones.

Un problema más significativo con la invocación del equilibrio de Nash como el concepto de solución apropiado surge porque hay juegos que tienen múltiples equilibrios de Nash (véase la sección Conceptos de Solución y Equilibrios, página 20 en el [Capítulo 28. Teoría de los Juegos \(Ross\)](#)). Cuando hay varios equilibrios de Nash diferentes, ¿cómo puede decidir un

⁴ Ambos agentes harían mejor si ambos agentes eligieran cooperar, pero el punto en el que ambos eligen cooperar no es un equilibrio de Nash: si ambos agentes cooperan inicialmente, el primer individuo puede aumentar su pago optando por desertar (y viceversa).

agente racional cuál de los varios equilibrios es el "correcto" en el cual establecerse?⁵ Los intentos para resolver este problema han producido una serie de refinamientos posibles del concepto de equilibrio de Nash, y cada refinamiento tiene algún agarre intuitivo.

Desafortunadamente, se han desarrollado tantos refinamientos de la noción de un equilibrio de Nash que, en muchos juegos que tienen múltiples equilibrios de Nash, cada equilibrio podría justificarse por algún refinamiento presente en la literatura. El problema ha cambiado de elegir entre los múltiples equilibrios de Nash a elegir entre los diversos refinamientos. Algunos (ver Samuelson (1997), *Evolutionary Games and Equilibrium Selection*) esperan que el desarrollo de la teoría de los juegos evolutivos pueda servir para abordar esta cuestión.

3.2 El problema de los agentes hiperracionales

La teoría tradicional de los juegos impone una exigencia de muy alta racionalidad a los agentes. Este requisito se origina en el desarrollo de la teoría de la utilidad que proporciona los fundamentos de teoría de los juegos (véase Luce (1950) para una introducción). Por ejemplo, para poder asignar una función de utilidad cardinal a agentes individuales, normalmente se supone que cada agente tiene un conjunto de preferencias bien definido y coherente sobre el conjunto de "loterías" de los resultados que pueden resultar de la elección individual. Dado que el número de diferentes loterías sobre los resultados es innumerablemente infinito, esto requiere que cada agente tenga un conjunto bien definido y consistente de innumerables infinitas preferencias.

Numerosos resultados de la economía experimental han demostrado que estos supuestos de racionalidad fuerte no describen el comportamiento de los sujetos humanos reales. Los seres humanos son raramente (si es que alguna vez) los agentes hiperracionales descritos por la teoría de los juegos tradicional. Por ejemplo, no es infrecuente que las personas, en situaciones experimentales, indiquen que prefieren A a B, B a C y C a A. Estos "fracasos de transitividad de las preferencias" no ocurrirían si la gente tuviera un conjunto coherente bien definido de preferencias. Además, experimentos con una clase de juegos conocidos como "concursos de belleza" muestran, de manera bastante dramática, el fracaso de los supuestos de conocimiento común típicamente invocados para resolver juegos.⁶ Dado que la teoría de los juegos evolutivos explica exitosamente el predominio de ciertos comportamientos de insectos y animales, donde los supuestos de fuerte racionalidad fracasan claramente, esto sugiere que la racionalidad no es tan central para los análisis de teoría de juegos como se pensaba anteriormente. La esperanza, entonces, es que la teoría de los juegos evolutivos pueda encontrar-

⁵ Este es un problema sólo cuando consideramos juegos distintos de juegos de suma cero de dos personas, ya que todos los equilibrios de Nash en este tipo de juegos tienen pagos equivalentes y son intercambiables.

⁶ Un juego de "concurso de belleza" es el siguiente: a un grupo de sujetos se le dice que elija cualquier número en el intervalo $[0,100]$. La persona cuya elección es más cercana a la mitad del promedio del grupo gana el juego. Suponiendo que las reglas del juego y la racionalidad de los jugadores son de conocimiento común, el resultado predicho del juego es que todos los miembros del grupo elijan 0. Dado que 50 es la elección ganadora más grande posible (si cada sujeto eligió 100, la mitad de la media del grupo sería de 50), ningún individuo racional elegiría un número de más de 50. Sin embargo, dado que ningún individuo racional elegiría un número mayor que 50, y todos los sujetos lo saben, ningún sujeto elegirá un número mayor que 25. En el límite, todos los jugadores convergerán en 0. Pruebas con sujetos humanos reales (aparte de teóricos o personas que han estado expuestos a este juego antes) demuestran que la oferta modal es significativamente mayor que cero. Sin embargo, si el juego se repite, los sujetos se acercan a la predicción teórica del juego.

se con mayor éxito en describir y predecir las elecciones de los sujetos humanos, ya que está mejor equipada para manejar los supuestos de racionalidad más débiles apropiados.

3.3 Carencia de una teoría dinámica en la teoría tradicional de los juegos

Al final del primer capítulo de *Theory of Games and Economic Behavior*, von Neumann y Morgenstern escriben:

Repitamos enfáticamente que nuestra teoría es completamente estática. Una teoría dinámica sería, sin duda, más completa y, por tanto, preferible. Pero hay evidencia amplia de otras ramas de la ciencia de que es inútil intentar construir una teoría dinámica mientras no se entienda completamente la parte estática. (Von Neumann y Morgenstern, 1953, página 44)

La teoría de la evolución es una teoría dinámica, y el segundo enfoque de la teoría evolutiva de los juegos esbozado arriba, modela explícitamente la dinámica presente en las interacciones entre individuos en la población. Dado que la teoría tradicional de los juegos carece de un tratamiento explícito de la dinámica de la deliberación racional, la teoría evolutiva de los juegos puede verse, en parte, como llenando una importante laguna de la teoría de los juegos tradicionales.

Uno puede tratar de captar algunas de las dinámicas del proceso de toma de decisiones en la teoría tradicional de los juegos mediante el modelado del juego en su forma extensiva, en lugar de su forma normal. Sin embargo, para la mayoría de los juegos de complejidad razonable (y por lo tanto de interés), la forma extensiva del juego se torna rápidamente inmanejable. Por otra parte, incluso en la forma extensiva de un juego, la teoría tradicional de los juegos representa la estrategia de un individuo como especificando qué opción tomará ese individuo en cada conjunto de información del juego. Una selección de estrategia, entonces, corresponde a una selección, antes del juego, de lo que ese individuo hará en cualquier etapa posible del juego. Esta representación de la selección de estrategias presupone claramente jugadores hiperracionales y no representa el proceso por el cual un jugador observa el comportamiento de su oponente, aprende de estas observaciones y decide el mejor movimiento en respuesta a lo que ha aprendido (como se supone, no hay necesidad de modelar el aprendizaje en individuos hiperracionales). La incapacidad de modelar el elemento dinámico del juego en la teoría tradicional de los juegos y la medida en que la teoría de los juegos evolutivos incorpora naturalmente consideraciones dinámicas, revela una importante virtud de esta última teoría.

4. Aplicaciones de la teoría de los juegos evolutivos

La teoría de los juegos evolutivos se ha utilizado para explicar una serie de aspectos del comportamiento humano. Una pequeña muestra de temas que han sido analizados desde la perspectiva evolutiva incluyen: el **altruismo** (Fletcher y Zwick, 2007, Gintis et al, 2003, Sánchez y Cuesta, 2005, Trivers, 1971), el **comportamiento en el juego de bienes públicos** (Clemens y Riechmann, 2006, Hauert, 2006, Hauert et al, 2002, 2006, Huberman y Glance, 1995), la empatía (Page y Nowak, 2002, Fishman, 2006), la **cultura humana** (Enquist y Ghirlanda, 2007, Enquist et al, 2008), el **comportamiento moral** (Alexander, 2007, Boehm, 1982, Harms y Skyrms, 2008, Skyrms 1996, 2004), la **propiedad privada** (Gintis, 2007), los **sistemas de señalización y otros comportamientos proto-lingüísticos** (Barrett, 2007, Hausken y Hirshleifer, 2008, Hurd, 1995, Jager, 2008, Pawlowitsch, 2007, 2008, Skyrms, próximo, Zollman, 2005), el **aprendizaje social** (Kameda y Nakanishi, 2003, Nakahashi, 2007, Rogers, 1988, Wakano y Aoki, 2006, Wakano et al, 2004) y las **normas sociales** (Axelrod, 1986, Bicchieri, 2006; Binmore y Samuelson, 1994, Chalub et al., 2006, Kendal et al., 2006, Ostrum, 2000).

Las sub secciones siguientes proporcionan una breve ilustración del uso de modelos evolutivos de teoría de los juegos para explicar dos áreas del comportamiento humano. La primera se refiere a la tendencia de las personas a compartir igualmente en situaciones perfectamente simétricas. La segunda muestra cómo las poblaciones de individuos pre-lingüísticos pueden coordinar el uso de un sistema de señalización simple aunque carezcan de la capacidad de comunicarse. Estos dos modelos han sido apuntados como explicaciones preliminares de nuestro sentido de la justicia y el lenguaje, respectivamente. Fueron seleccionadas para su inclusión aquí principalmente debido a la relativa simplicidad del modelo y al aparente éxito en explicar el fenómeno en cuestión.

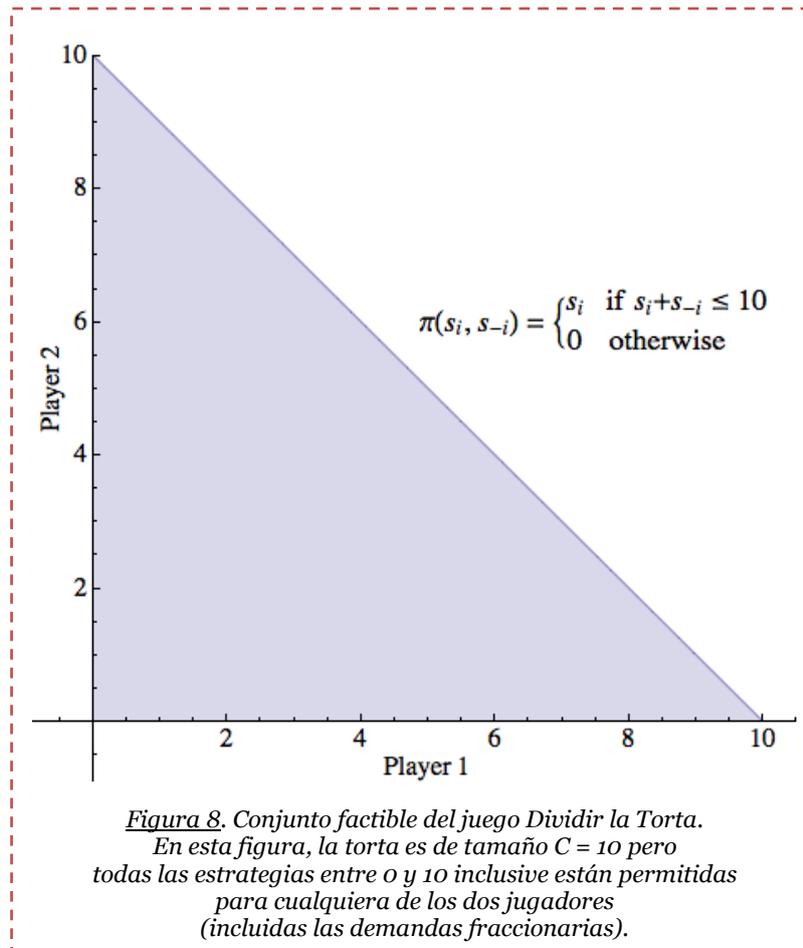
4.1 Un sentido de equidad

Un juego natural que se usa para investigar la evolución de la equidad es dividir-la-torta (esta es la versión más simple del juego de negociación de Nash). En el capítulo 1 de *Evolution of the Social Contract*, Skyrms presenta el problema de la siguiente manera:

Aquí empezamos con un problema muy simple; vamos a dividir una torta de chocolate entre nosotros. Ninguno de nosotros tiene ninguna pretensión especial contra el otro. Las posiciones de partida son totalmente simétricas. La torta es para nosotros una ganancia inesperada, y de nosotros depende dividirla. Pero si no podemos estar de acuerdo en cómo compartirla, la torta se estropeará y no conseguiremos nada. (Skyrms, 1996, pp. 3-4).



Más formalmente, supongamos que a dos individuos un tercero les presenta un recurso de tamaño C . Una estrategia para un jugador, en este juego, consiste en una cantidad de pastel que le apetecería. El conjunto de estrategias posibles para un jugador es, por tanto, cualquier cantidad entre 0 y C . Si la suma de estrategias para cada jugador es menor o igual que C , cada jugador recibe la cantidad que pidió. Sin embargo, si la suma de estrategias excede a C , ningún jugador recibe nada. La Figura 8 ilustra el conjunto factible para este juego.



Tenemos una clara intuición de que la estrategia "obvia" a seleccionar por cada jugador es $C/2$; el problema filosófico radica en explicar por qué los agentes elegirían esa estrategia más que alguna otra. Incluso en la situación perfectamente simétrica, responder a esta pregunta es más difícil de lo que parece. Para ver esto, primero observen que hay un número infinito de equilibrios de Nash en este juego. Si el jugador 1 pide p del pastel, donde $0 \leq p \leq C$, y el jugador 2 pide $C-p$, entonces este perfil de estrategias es un equilibrio de Nash para cualquier valor de $p \in [0, C]$. (La estrategia de cada jugador es la mejor respuesta dado lo que el otro ha elegido, en el sentido de que ninguno de los jugadores puede aumentar su pago cambiando su estrategia.) Sin embargo, la división igual es sólo uno de infinitos equilibrios de Nash.

Se podría proponer que ambos jugadores elijan aquella estrategia que maximice su pago esperado en la suposición de que no están seguros de si se les asignará el papel de jugador 1 o jugador 2. Esta propuesta, señala Skyrms, es esencialmente la de Harsanyi (1953). El problema con esto es que si los jugadores sólo se preocupan por su pago esperado, y piensan que es igualmente probable que se les asigne el papel de Jugador 1 o Jugador 2, entonces esto, también, no selecciona únicamente la división igual. Consideren el perfil de estrategias $(p, C-p)$ que asigna al jugador 1 p rebanadas y al jugador 2 $C - p$ rebanadas. Si un jugador piensa que es igualmente probable que se le asigne el papel de Jugador 1 o Jugador 2, entonces su utilidad esperada es $\frac{1}{2}p + \frac{1}{2}(C-p) = C/2$, para todos los valores $p \in [0, C]$.

Ahora consideren el siguiente modelo evolutivo: supongan que tenemos una población de individuos que se juntan y juegan repetidamente el juego de dividir el pastel, modificando

sus estrategias en el tiempo de una manera descrita por la dinámica del replicador. Por conveniencia, supongan que la torta se divide en 10 rodajas de igual tamaño y que la estrategia de cada jugador se ajusta a uno de los siguientes 11 tipos posibles: Demanda 0 rodajas, Demanda 1 rodajas,..., Demanda 10 rodajas. Para la dinámica del replicador, el estado de la población está representado por un vector $(p_0, p_1, \dots, p_{10})$ donde cada p_i denota la frecuencia de la estrategia "Demanda i rodajas" en la población.

La dinámica del replicador nos permite modelar cómo la distribución de las estrategias en la población cambia con el tiempo, comenzando desde una condición inicial particular. La Figura 9 muestra dos resultados evolutivos bajo la dinámica del replicador continuo. Obsérvese que aunque la división equitativa puede evolucionar, como en la [Figura 9 \(a\)](#), no es el único resultado evolutivo, como ilustra la [Figura 9 \(b\)](#). [*Sugiero abrir estos gráficos en otra ventana de Windows*]. A fin de interpretar correctamente estos gráficos, adviértase que son representados dos resultados evolutivos bajo la dinámica del replicador continuo del juego de dividir el pastel. De las once estrategias presentes, sólo tres son codificadas por colores a fin de ser identificables en el gráfico (ver leyenda). Las condiciones iniciales para la solución mostrada en (a) fueron el punto $(0.0544685, 0.236312, 0.0560727, 0.0469244, 0.0562243, 0.0703294, 0.151136, 0.162231, 0.0098273, 0.111366, 0.0451093)$ y las condiciones iniciales para la solución mostrada en (b) fueron el punto $(0.410376, 0.107375, 0.0253916, 0.116684, 0.0813494, 0.00573677, 0.0277155, 0.0112791, 0.0163166, 0.191699, 0.00607705)$.

Recuerden que la tarea en cuestión era explicar por qué pensamos que la elección estratégica "obvia" en un problema de asignación de recursos perfectamente simétrico es que ambos jugadores pidan la mitad del recurso. Lo que se muestra arriba es que, en una población de agentes racionalmente limitados que modifican sus comportamientos de una manera descrita por la dinámica del replicador, la división justa es uno, aunque no el único, resultado evolutivo. Se puede medir la tendencia de división equitativa, suponiendo que cualquier condición inicial sea igualmente probable, determinando el tamaño de la cuenca de atracción del estado donde todos en la población usan la estrategia Demanda 5 rodajas. Skyrms (1996) mide el tamaño de la cuenca de atracción de división justa usando métodos de Monte Carlo, encontrando que la división justa evoluciona aproximadamente el 62% del tiempo.

Sin embargo, es importante darse cuenta de que la dinámica del replicador supone que cualquier interacción entre pares de individuos es igualmente probable. En realidad, muy a menudo las interacciones entre individuos están *correlacionadas* hasta cierto punto. La interacción correlacionada puede ocurrir como resultado de la localización espacial (como se muestra arriba para el caso del dilema del prisionero espacial), el efecto estructurante de las relaciones sociales, o los efectos de pertenencia dentro/fuera del grupo, sólo para enumerar algunas causas.

Cuando se introduce la correlación, la frecuencia con la que emerge la división equitativa cambia drásticamente. La Figura 10 ilustra cómo la cuenca de atracción de Todos Demandan 5 cambia a medida que el coeficiente de correlación ε aumenta de 0 a 0,2.⁷ Una vez que la

⁷ Los diagramas que aparecen en la figura 10 ilustran las cuencas de atracción para la dinámica evolutiva cuando sólo existen tres estrategias. Se aprovecha el hecho de que, con sólo tres estrategias, el vector $p = (p_1, p_2, p_3)$ que lista las frecuencias de las estrategias 1, 2 y 3 en la población puede interpretarse como un punto en el espacio euclidiano tridimensional. Debido a que cada uno de los p_i está entre 0 y 1, el punto correspondiente está en el primer octante y se encuentra en el plano descrito por la ecuación $x + y + z = 1$. El triángulo es simplemente la porción de ese plano confinada al primer octante, mirado desde un punto de vista donde uno lo está mirando directamente. Dada una condición

correlación presente en las interacciones alcanza $\varepsilon = 0,2$, la división equitativa es prácticamente una certeza evolutiva. Tengan en cuenta que esto no depende de que sólo haya tres estrategias presentes: permitir cierta correlación entre las interacciones aumenta la probabilidad de división equitativa incluso si las condiciones iniciales contienen individuos que utilizan cualquiera de las once estrategias posibles.

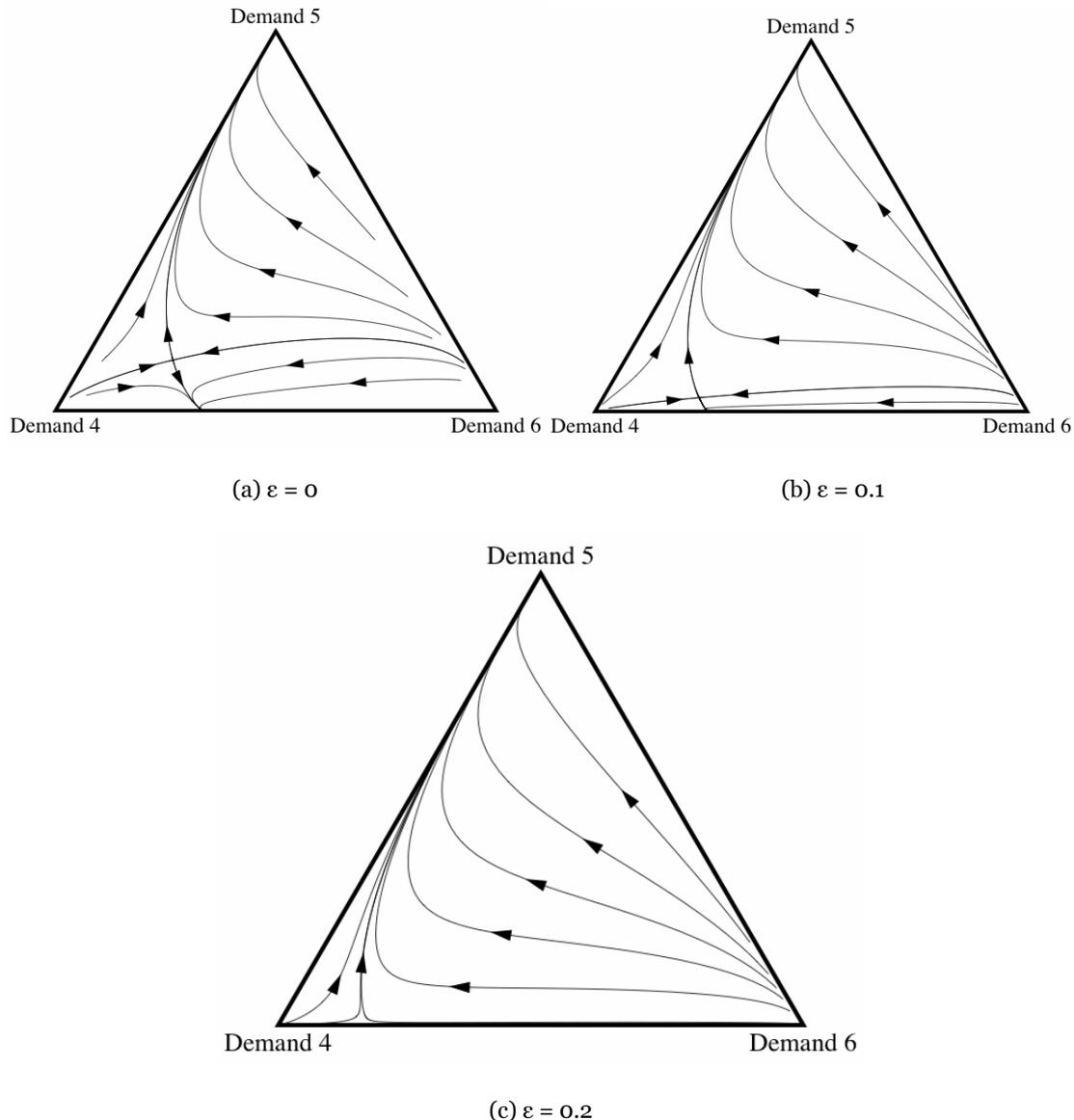


Figura 10. Tres diagramas que muestran cómo, a medida que aumenta la correlación entre interacciones, es más probable que evolucione la división equitativa

inicial p , una solución a la dinámica del replicador es una trayectoria confinada al primer octante, situada en la superficie del plano, que comienza en el punto p . Si la trayectoria converge a uno de los vértices del triángulo, eso significa que la población converge a un estado donde todos usan la misma estrategia. (Si la trayectoria converge a un punto en el borde del triángulo, esto significa que la población converge a un estado donde hay una mezcla estable de dos estrategias en la población, como se puede ver en la Figura 10 (a).) El patrón general de flujos en el triángulo muestra la frecuencia con la que es probable que surja un resultado particular: cuanto mayor sea el área del triángulo ocupada por los flujos que convergen al resultado Todos Demandan 5, más probable es que el resultado Todos Demandan 5 sea producto de la evolución.

Entonces, ¿qué podemos concluir de este modelo con respecto a la evolución de la división justa? Todo depende, por supuesto, de la precisión con que la dinámica del replicador modela las fuerzas evolutivas primarias (culturales o biológicas) que actúan sobre las poblaciones humanas. Aunque la dinámica del replicador es un modelo matemático "simple", basta para modelar tanto un tipo de evolución biológica como un tipo de evolución cultural (véase Börgers y Sarin, 1996; Weibull, 1995). Como señala Skyrms (1996):

En una población finita, en un tiempo finito, donde hay algún elemento aleatorio en la evolución, una divisibilidad razonable del bien y alguna correlación, podemos decir que es probable que algo cercano a compartir por partes iguales evolucione en situaciones de división-de-la-torta. Este es quizás el comienzo de una explicación del origen de nuestro concepto de justicia.

Esta afirmación, por supuesto, no ha pasado sin comentarios. Para una selección de algunas discusiones ver, en particular, D'Arms (1996, 2000); D'Arms et al., 1998; Danielson (1998); Bicchieri (1999); Kitcher (1999); Gintis (2000); Harms (2000); Krebs (2000); Alexander y Skyrms (1999); y Alexander (2000, 2007).

4.2 El surgimiento del lenguaje

En su trabajo seminal *Convention*, David Lewis desarrolló la idea de los juegos remitente-receptor. Estos juegos se han utilizado para explicar cómo el lenguaje y el contenido semántico pueden surgir en una comunidad que originalmente no poseía ningún lenguaje.⁸ Su definición original es la siguiente (para mayor concisión se eliminaron comentarios y los puntos han sido enumerados para mayor claridad y referencia posterior):

Un problema de señalización bilateral es una situación que involucra a un agente llamado comunicador y uno o más agentes llamados audiencia, de tal manera que es verdad que, y es de conocimiento común para el comunicador y la audiencia que:

1. Se verifica exactamente uno de varios estados alternativos s_1, \dots, s_m . El comunicador, pero no la audiencia, está en buena posición para decir cuál.

2. Todo miembro de la audiencia puede realizar cualquiera de varias acciones alternativas r_1, \dots, r_m llamadas respuestas. Todo el mundo involucrado quiere que las respuestas de la audiencia dependan de cierta manera del estado de cosas verificado. Hay una cierta fun-

⁸ Vale la pena notar que Lewis apreció que el tipo de lenguaje que podría explicarse como un producto de los juegos remitente-receptor era sólo un "lenguaje rudimentario" (Lewis, 1969, p.160) por varias razones. El más importante de ellos es que tales lenguas sólo tienen un número finito de oraciones, no hay posibilidad de "conversación ociosa" (ibid.), no hay suficientes humores y, finalmente, no hay ambigüedad en los sistemas de señalización resultantes. Es interesante notar que Lewis consideró que la ausencia de la posibilidad de una conversación ociosa era un inconveniente digno de mención, ya que algunos autores han argumentado recientemente que la posibilidad de una conversación ociosa es la verdadera razón por la cual la evolución nos dotó de lenguaje. Esta línea de argumento es avanzada por Jean-Louis Dessalles en su libro *Why We Talk: The Evolutionary Origins of Language: Si la evolución nos dotó de lenguaje y de los medios cognitivos asociados con él, no fue con el propósito de especular sobre el mundo en el que nos hemos metido, de colaborar en la construcción de puentes o cohetes o incluso de diseñar sistemas matemáticos. Fue para que pudiéramos charlar.* (Dessalles, 2007, página 269).

ción uno-a-uno F de $\{s_i\}$ a $\{r_j\}$ tal que todo el mundo prefiere que cada miembro de la audiencia haga $F(s_i)$ a condición de que s_i sea verificado, para cada s_i .

3. El comunicador puede realizar cualquiera de varias acciones alternativas $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ ($n \geq m$) llamadas señales. El público está en una buena posición para decir cuál es la realizada. Ninguno de los involucrados tiene ninguna preferencia con respecto a estas acciones que sea lo suficientemente fuerte como para compensar su preferencia por la dependencia F de las respuestas de la audiencia con respecto a los estados de cosas. [...]

4. El plan de contingencia de un comunicador es cualquier manera posible en la cual la señal del comunicador pueda depender del estado de cosas que él observa que se ha verificado. Es una función F_c de $\{s_i\}$ en $\{\sigma_k\}$. [...]

5. Del mismo modo, el plan de contingencia de una audiencia es cualquier forma posible en que la respuesta de un miembro de la audiencia pueda depender de la señal que observa que da el comunicador. Es una función uno-a-uno F_a de parte de $\{\sigma_k\}$ en $\{r_j\}$. [...]

Cada vez que F_c y F_a se combinan [...] para dar la dependencia preferida de la respuesta del público del estado de cosas, decimos que $\langle F_c, F_a \rangle$ es un sistema de señalización. (Lewis, 1969, págs. 130 - 132).

A partir de la publicación de Convention, es más común referirse al comunicador como el emisor y a los miembros de la audiencia como receptores. La idea básica detrás de los juegos emisor-receptor es la siguiente: La naturaleza selecciona qué estado del mundo se verifica. La persona en el rol de Emisor observa este estado del mundo (identificándolo correctamente), y envía una señal a la persona en el papel de Receptor. El Receptor, al recibir esta señal, produce una respuesta. Si lo que hace el Receptor es la respuesta correcta, dado el estado del mundo, entonces ambos jugadores reciben un pago de 1; si el receptor ha dado una respuesta incorrecta, ambos jugadores reciben un pago de 0. Obsérvese que, en este modelo simplificado, no existe ninguna posibilidad de error en ninguna etapa. El Emisor siempre observa el verdadero estado del mundo y siempre envía la señal que pretendía enviar. Del mismo modo, el Receptor recibe siempre la señal enviada por el remitente (es decir, el canal no es ruidoso), y el Receptor siempre realiza la respuesta que pretendía.

Si bien Lewis permitió que la "audiencia" consistiera en más de una persona, es más común considerar los juegos emisor-receptor jugados entre dos personas, de modo que hay solamente un solo receptor (o, en términos lewisianos, un solo miembro de la audiencia).⁹ Para simplificar, en lo que sigue consideraremos un juego de dos jugadores, emisor-receptor con dos estados del mundo $\{S_1, S_2\}$, dos señales $\{\sigma_1, \sigma_2\}$ y dos respuestas $\{r_1, r_2\}$. (Veremos más adelante por qué son cada vez más difíciles de analizar los juegos de emisor-receptor más grandes.)

Tengan en cuenta que en el punto (2) de su definición de los juegos emisor-receptor, Lewis requiere dos cosas: que haya una única respuesta óptima al estado del mundo (esto es lo que requiere que F sea uno-a-uno) y que todos en la audiencia estén de acuerdo en que este es el caso. Como estamos considerando el caso donde hay solamente un solo receptor, el segundo requisito es inútil. Para el caso de dos estados del mundo y dos respuestas, sólo hay dos maneras de asignar respuestas a estados del mundo que satisfagan la exigencia de Lewis. Estas

⁹ Sin embargo, ver Skyrms (próximamente), para una discusión de juegos emisor-receptor jugados por múltiples emisores y múltiples receptores.

son las siguientes (donde $X \Rightarrow Y$ denota "en el estado del mundo X, la mejor respuesta es hacer Y"):

$$1. S_1 \Rightarrow r_1, S_2 \Rightarrow r_2.$$

$$2. S_1 \Rightarrow r_2, S_2 \Rightarrow r_1.$$

No hace ninguna diferencia real para el modelo cuál de estas elegimos, así que vamos a elegir la intuitiva: en el estado del mundo S_i , la mejor respuesta es r_i (es decir, la función 1).

Una *estrategia para el emisor* (lo que Lewis llamó un "plan de contingencia del comunicador") consiste en una función que especifica qué señal envía dado el estado del mundo. Es, como Lewis señala, una función del conjunto de estados del mundo en el conjunto de señales. Esto significa que es posible que un emisor pueda enviar la *misma* señal en dos estados diferentes del mundo. Tal estrategia no tiene sentido, desde un punto de vista racional, porque el receptor no obtendría suficiente información para poder identificar la respuesta correcta para el estado del mundo. Sin embargo, no excluimos estas estrategias de consideración porque son estrategias lógicamente posibles.

¿Cuántas estrategias de emisor hay? Debido a que se permite la posibilidad de que la misma señal sea enviada para múltiples estados del mundo, hay dos opciones para qué señal enviar dado el estado S_1 y dos opciones para qué señal enviar dado el estado S_2 . Esto significa que hay cuatro posibles estrategias de emisor. Estas estrategias son las siguientes (donde ' $X \rightarrow Y$ ' significa que cuando el estado del mundo es X el emisor enviará la señal Y):

Emisor 1: $S_1 \rightarrow \sigma_1, S_2 \rightarrow \sigma_1.$

Emisor 2: $S_1 \rightarrow \sigma_1, S_2 \rightarrow \sigma_2.$

Emisor 3: $S_1 \rightarrow \sigma_2, S_2 \rightarrow \sigma_1.$

Emisor 4: $S_1 \rightarrow \sigma_2, S_2 \rightarrow \sigma_2.$

¿Qué es una estrategia para un receptor? Aquí, resulta útil desviarse de la definición original de Lewis del "plan de contingencia de la audiencia". En su lugar, tomemos la estrategia de un receptor como una función del conjunto de señales al conjunto de respuestas. Como en el caso del emisor, permitimos al receptor dar la misma respuesta para más de una señal. Por simetría, esto significa que hay 4 posibles estrategias receptoras. Estas estrategias receptoras son:

Receptor 1: $\sigma_1 \rightarrow r_1, \sigma_2 \rightarrow r_1.$

Receptor 2: $\sigma_1 \rightarrow r_1, \sigma_2 \rightarrow r_2.$

Receptor 3: $\sigma_1 \rightarrow r_2, \sigma_2 \rightarrow r_1.$

Receptor 4: $\sigma_1 \rightarrow r_2, \sigma_2 \rightarrow r_2.$

Si los roles de Emisor y Receptor están permanentemente asignados a individuos -como Lewis previó- entonces sólo hay dos posibles sistemas de señalización: (Emisor 2, Receptor 2) y (Emisor 3, Receptor 3). Todas las otras posibles combinaciones de estrategias resultan en que los jugadores no coordinen. El fallo de coordinación se produce porque el emisor y el

receptor sólo aparecen la acción apropiada con el estado del mundo en un caso, como con (Emisor 1, Receptor 1), o no en absoluto, como con (Emisor 2, Receptor 3).

¿Qué pasa si las funciones de emisor y receptor no están asignadas permanentemente a individuos? Es decir, ¿qué pasa si la naturaleza lanza al aire una moneda y asigna un jugador al papel de Emisor y el otro jugador al papel de Receptor, y luego los hace jugar el juego? En este caso, la estrategia de un jugador debe especificar lo que hará cuando se le asigne el rol de Emisor, así como lo que hará cuando se le asigne el papel de Receptor. Como hay cuatro estrategias posibles para usar como Emisor y cuatro posibles estrategias para usar como Receptor, esto significa que hay un total de 16 estrategias posibles para el juego emisor-receptor cuando los roles no están asignados permanentemente a individuos. Aquí, la estrategia de un jugador consiste en un par ordenado (Emisor X, Receptor Y), donde $X, Y \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Hay una diferencia si se considera que las funciones de emisor y receptor son asignadas permanentemente o no. Si los roles se asignan al azar, hay cuatro sistemas de señalización entre dos jugadores:¹⁰

1. **Jugador 1:** (Emisor 2, Receptor 2), **Jugador 2:** (Emisor 2, Receptor 2)
2. **Jugador 1:** (Emisor 3, Receptor 3), **Jugador 2:** (Emisor 3, Receptor 3)
3. **Jugador 1:** (Emisor 2, Receptor 3), **Jugador 2:** (Emisor 3, Receptor 2)
4. **Jugador 1:** (Emisor 3, Receptor 2), **Jugador 2:** (Emisor 2, Receptor 3)

Los sistemas de señalización 3 y 4 son curiosos. El Sistema 3 es un caso en el que, por ejemplo, hablo en francés, pero escucho en alemán, y tú hablas alemán pero escuchas en francés. (El sistema 4 intercambia el francés y el alemán tanto para usted como para mí.) Observen que en los sistemas 3 y 4 los jugadores pueden coordinar correctamente la respuesta con el estado del mundo independientemente de quién recibe el papel de emisor o receptor.

El problema, por supuesto, con los sistemas de señalización 3 y 4 es que ni el Jugador 1 ni el Jugador 2 jugarían bien al enfrentarse a un clon de sí mismos. Son casos en los que el sistema de señalización no funciona en una población de jugadores que son asignados al azar para jugar el juego emisor-receptor. De hecho, es sencillo mostrar que las estrategias (Emisor 2, Receptor 2) y (Emisor 3, Receptor 3) son las únicas estrategias evolutivamente estables (ver Skyrms 1996, 89-90).

Como primer acercamiento a la dinámica de los juegos emisor-receptor, limitemos la atención a las cuatro estrategias (Emisor 1, Receptor 1), (Emisor 2, Receptor 2), (Emisor 3, Receptor 3) y (Emisor 4, Receptor 4). La Figura 11 ilustra el espacio de estado bajo la dinámica de replicador continuo para el juego emisor-receptor que consta de dos estados del mundo, dos señales y dos respuestas, donde los jugadores están restringidos a usar una de las cuatro

¹⁰ Es importante recordar que, en *Convention*, Lewis supuso que los roles de Emisor y Receptor eran permanentemente asignados a individuos, a pesar de que no lo hizo explícito. Algunos de los resultados formales que estableció son claramente falsos en el caso en que los roles no sean permanentemente asignados. Por ejemplo, en la página 133 escribe: "En un problema de señalización con m estados de cosas y n señales, hay $n! / (n - m)!$ sistemas de señalización". En el problema considerado aquí, hay dos estados del mundo, por lo que $m = 2$, y hay dos señales, por lo que $n = 2$. La fórmula de Lewis, en este caso, dice que debe haber sólo 2 sistemas de señalización, pero como hemos visto hay cuatro.

estrategias anteriores. Se puede ver que la evolución conduce a la población en casi todos los casos¹¹ a converger a uno de los dos sistemas de señalización.¹²

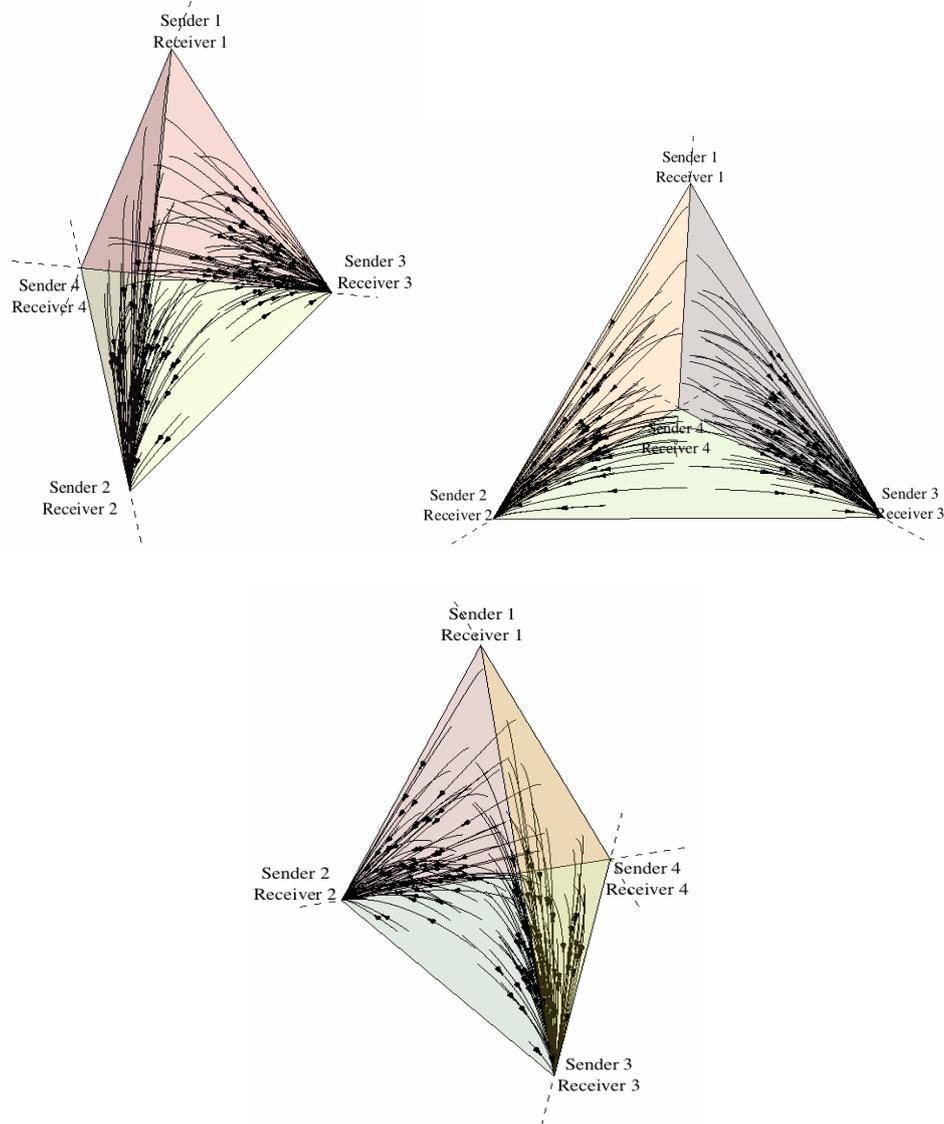


Figura 11. Evolución de los Sistemas de Señalización

¹¹ La excepción se produce cuando hay exactamente proporciones iguales de las estrategias (Emisor 2, Receptor 2) y (Emisor 3, Receptor 3). Estos puntos se encuentran en un plano que divide el espacio de estado por la mitad. Para las condiciones iniciales que se encuentran en este plano, la dinámica del replicador no conduce a la población a converger a un solo sistema de señalización.

¹² Observen que estos diagramas se interpretan de manera muy diferente de los diagramas de la Figura 10. Aquí hay cuatro estrategias posibles. Sea p_i la proporción de la población según la estrategia i . Como sabemos que $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$, el número de grados de libertad en la selección de un estado poblacional es de tres (ya que la fijación de la proporción de la población que sigue tres estrategias determina la proporción de la población que sigue la restante). Por lo tanto, el conjunto de estados poblacionales posibles corresponde exactamente al conjunto de puntos en la región que satisfacen la desigualdad $0 \leq p_1 + p_2 + p_3 \leq 1$. Los vértices del tetraedro corresponden a estados donde todos en la población emplean la misma estrategia. Un estado inicial de población corresponde a un punto en esa región tridimensional, y una solución a la dinámica del replicador para el juego emisor-receptor, utilizando ese punto como el estado inicial, es casi siempre una trayectoria que se aleja de ese punto. La figura 11 ilustra las trayectorias de 125 condiciones iniciales seleccionadas al azar.

La Figura 12 ilustra el resultado de una corrida de la dinámica del replicador (para un solo modelo de población) donde se representan las dieciséis estrategias posibles. Vemos que eventualmente la población, para este conjunto particular de condiciones iniciales, converge a uno de los sistemas de señalización lewisianos puros identificados anteriormente.

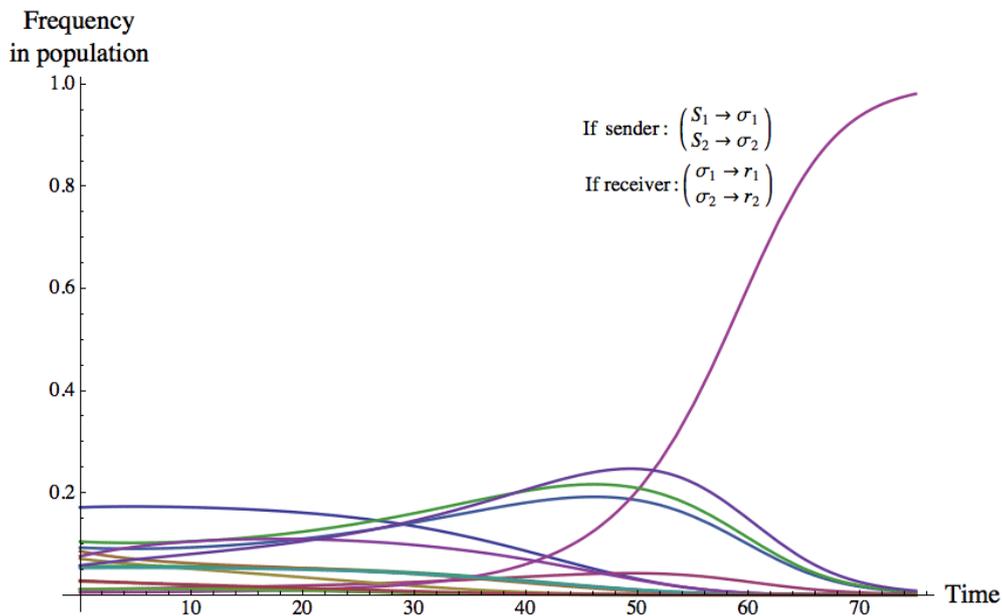


Figura 12: Evolución de un sistema de señalización bajo la dinámica del replicador

Cuando el número de estados del mundo, el número de señales y el número de acciones aumentan más allá de 2, la situación rápidamente se vuelve mucho más compleja. Si hay N estados del mundo, N señales y N acciones, el número total de estrategias posibles es igual a N^{2N} . Para $N = 2$, esto significa que hay 16 estrategias posibles, como hemos visto. Para $N = 3$, hay 729 estrategias posibles, y un problema de señalización con $N = 4$ tiene 65.536 estrategias posibles. Dado esto, uno podría pensar que resultaría difícil para la evolución establecer un sistema de señalización óptimo.

Esta intuición es correcta. Hofbauer y Hutteger (2008) muestran que, muy a menudo, la dinámica del replicador convergerá a un resultado sub óptimo en los juegos de señalización. En estos resultados sub óptimos surgirá un equilibrio de *agrupación* o *agrupación parcial*. Un equilibrio de agrupación se produce cuando el Emisor usa la misma señal independientemente del estado del mundo. Un equilibrio de agrupación parcial se produce cuando el Emisor es capaz de diferenciar entre algunos estados del mundo pero no otros. Como ejemplo de un equilibrio de agrupación parcial, consideren las siguientes estrategias para el caso donde $N = 3$: Supongan que el emisor envía la señal 1 en el estado del mundo 1 y la señal 2 en los estados del mundo 2 y 3. Además, supongan que el receptor realiza la acción 1 al recibir la señal 1 y la acción 2 al recibir las señales 2 y 3. Si todos los estados del mundo son equiprobables, se trata de un equilibrio de agrupación parcial. Dado que el Emisor no distingue los estados del mundo 2 y 3, el Receptor no puede mejorar sus beneficios respondiendo de manera diferente a la señal 2. Dado el comportamiento de respuesta particular del Receptor, el Emisor no puede mejorar sus pagos intentando diferenciar los estados del Mundo 2 y 3.

5. Problemas Filosóficos de la Teoría de los Juegos Evolutivos

El creciente interés de los científicos sociales y los filósofos en la teoría de los juegos evolutivos ha planteado varias cuestiones filosóficas, derivadas principalmente de su aplicación a sujetos humanos.

5.1 El significado de la aptitud en las interpretaciones evolutivas culturales

Como se observó anteriormente, los modelos evolutivos de teoría de los juegos a menudo pueden recibir una interpretación tanto biológica como cultural evolutiva. En la interpretación biológica, las cantidades numéricas que juegan un papel análogo a la "utilidad" en la teoría de juegos tradicionales corresponden a la aptitud (típicamente aptitud darwiniana) de los individuos.¹³ ¿Cómo se interpreta "aptitud" en la interpretación evolutiva cultural?

En muchos casos, la aptitud en las interpretaciones evolutivas culturales de los modelos evolutivos de teoría de los juegos mide directamente una cantidad objetiva de la cual se puede asumir con seguridad que (1) las personas siempre quieren más en lugar de menos y (2) las comparaciones interpersonales son significativas. Dependiendo del problema particular modelado, el dinero, las porciones de torta, o la cantidad de tierra serían interpretaciones culturales evolutivas apropiadas de la aptitud. Exigir que la aptitud en los modelos culturales evolutivos de teoría de los juegos se ajuste a esta restricción interpretativa limita severamente los tipos de problemas que uno puede abordar. Un marco evolutivo cultural más útil proporcionaría una teoría más general que no requeriría que la aptitud individual fuera una función lineal (o estrictamente creciente) de la cantidad de alguna variable real, como la cantidad de alimento.

En la teoría de los juegos tradicionales, la aptitud de una estrategia se mide por la utilidad esperada que tiene para el individuo en cuestión. Sin embargo, la teoría de los juegos evolutivos busca describir individuos de racionalidad limitada (comúnmente conocidos como individuos "racionalmente limitados"), y la teoría de utilidad empleada en la teoría de los juegos tradicional supone individuos altamente racionales. En consecuencia, la teoría de la utilidad utilizada en la teoría tradicional de los juegos no puede ser simplemente trasladada a la teoría de los juegos evolutivos. Se debe desarrollar una teoría alternativa de la utilidad / aptitud, compatible con la racionalidad limitada de los individuos, que sea suficiente para definir una medida de utilidad adecuada en la aplicación de teoría de los juegos evolutivos a la evolución cultural.

5.2 La irrelevancia explicativa de la teoría de los juegos evolutivos

Otra cuestión a la que se enfrentan las explicaciones teóricas de los juegos evolutivos de los fenómenos sociales se refiere al tipo de explicación que se pretende dar. Dependiendo del tipo de explicación que pretenda proporcionar, ¿las explicaciones teóricas evolutivas de los fenómenos sociales son irrelevantes o simples vehículos para la promulgación de valores y sesgos preexistentes? Para comprender esta cuestión, reconozcamos que hay que preguntarse si las explicaciones de la teoría de los juegos evolutivos apuntan a la etiología del fenómeno en cuestión, a la persistencia del fenómeno o a varios aspectos de la normatividad vinculada al fenómeno. Las dos últimas preguntas parecen estar profundamente conectadas, ya que los miembros de la población típicamente imponen comportamientos sociales y normas

¹³ En el juego Halcón-Paloma discutido en la sección 2, las cantidades en la matriz de pago representan el cambio en la aptitud darwiniana de los dos individuos.

que tienen fuerza normativa por sanciones impuestas a quienes no cumplen con la norma pertinente; y la presencia de sanciones, si son adecuadamente fuertes, explica la persistencia de la norma. Por otra parte, la cuestión de la etiología de un fenómeno puede considerarse independiente de estas últimas.

Si se quiere explicar cómo surgió un fenómeno social existente en la actualidad, no está claro por qué abordarlo desde el punto de vista de la teoría evolutiva de los juegos sería particularmente esclarecedor. La etiología de cualquier fenómeno es un acontecimiento histórico único y, como tal, sólo se puede descubrir empíricamente, basándose en el trabajo de sociólogos, antropólogos, arqueólogos y similares. Aunque un modelo evolutivo de teoría de los juegos puede excluir ciertas secuencias históricas como posibles historias (ya que uno podría demostrar que la dinámica evolutiva cultural impide que una secuencia genere el fenómeno en cuestión), parece improbable que un modelo de juegos evolutivos indique una secuencia histórica única suficiente para producir el fenómeno. Habría que realizar una investigación empírica para descartar las secuencias históricas extrañas admitidas por el modelo, lo que plantea la cuestión de qué se ganó, en todo caso, con la construcción de un modelo de teoría de los juegos evolutivos en la etapa intermedia. Por otra parte, incluso si un modelo de teoría de los juegos evolutivos indicara que una sola secuencia histórica fue capaz de producir un fenómeno social dado, queda la importante cuestión de por qué deberíamos tomar este resultado en serio. Se puede señalar que dado que casi cualquier resultado puede ser producido por un modelo ajustando adecuadamente la dinámica y las condiciones iniciales, todo lo que el teórico de juegos evolutivos ha hecho es proporcionar un modelo de este tipo. Hay que hacer un trabajo adicional para demostrar que las suposiciones subyacentes del modelo (tanto la dinámica evolutiva cultural como las condiciones iniciales) son apoyadas empíricamente. Una vez más, uno puede preguntarse qué ha sido ganado por el modelo evolutivo - ¿no habría sido más fácil determinar la dinámica cultural y las condiciones iniciales de antemano, construyendo el modelo después? Si es así, parecería que las contribuciones hechas por la teoría de los juegos evolutivos en este contexto son simplemente una parte apropiada de las ciencias sociales emparentadas, sociología, antropología, economía, etc. Si es así, entonces no hay nada particular sobre la teoría de los juegos evolutivos empleada en la explicación, y esto significa que, al contrario de las apariencias, esta teoría es realmente irrelevante para la explicación dada.

Si los modelos evolutivos de teoría de los juegos no explican la etiología de un fenómeno social, presumiblemente explican la persistencia del fenómeno o la normatividad que se le atribuye. Sin embargo, rara vez se necesita un modelo evolutivo de teoría de los juegos para identificar un fenómeno social particular como estable o persistente como lo puede hacer la observación de las condiciones presentes y el examen de los registros históricos. Por lo tanto, el cargo de irrelevancia se plantea de nuevo. Además, la mayoría de los modelos evolutivos de teoría de los juegos desarrollados hasta la fecha han proporcionado las aproximaciones más crudas de la dinámica cultural real que conducen al fenómeno social en cuestión. Uno puede preguntarse por qué, en estos casos, debemos tomar en serio el análisis de estabilidad dado por el modelo; responder a esta pregunta requeriría que uno participe en un estudio empírico como se discutió anteriormente, lo que finalmente conduce a la carga de irrelevancia de nuevo.

5.3 La carga valorativa de explicaciones de teoría de los juegos evolutivos

Si se pretende utilizar un modelo de teoría de juegos evolutivos para explicar la normatividad asociada a una regla social, hay que explicar cómo tal enfoque evita cometer la llamada "falacia naturalista" de inferir una declaración de "deber-ser" de una conjunción de declaraciones de "ser".¹⁴ Suponiendo que la explicación no comete tal falacia, un argumento afirma que debe ser entonces el caso de que la explicación de la teoría de los juegos evolutivos meramente re-empaqueta ciertas afirmaciones de valor clave tácitamente asumidas en la construcción del modelo. Después de todo, puesto que cualquier argumento cuya conclusión es una afirmación normativa debe tener al menos una declaración normativa en las premisas, cualquier argumento evolutivo de la teoría del juego que pretenda mostrar cómo ciertas normas adquieren fuerza normativa debe contener - al menos implícitamente - una declaración normativa entre las premisas. En consecuencia, esta aplicación de teoría de los juegos evolutivos no proporciona un análisis neutral de la norma en cuestión, sino que simplemente actúa como un vehículo para avanzar en valores particulares, es decir, los que se contrabandean entre las premisas.

Esta crítica parece menos grave que la acusación de irrelevancia. Las explicaciones teóricas de los juegos evolutivos culturales de las normas no necesitan "contrabandear" afirmaciones normativas para extraer conclusiones normativas. La teoría contiene ya, en su esencia, una sub teoría propia de contenido normativo, es decir, una teoría de la elección racional en la que actúan agentes racionalmente agudos para maximizar, en la medida de lo posible, su propio interés. Uno puede cuestionar la idoneidad de esto como una base para el contenido normativo de ciertas demandas, pero ésta es una crítica diferente de la carga antedicha. Aunque los modelos culturales evolutivos de teoría de los juegos actúan como vehículos para promulgar ciertos valores, usan esos compromisos mínimos del valor en su manga. Las explicaciones evolutivas de las normas sociales tienen la virtud de hacer explícitos sus compromisos de valor y también mostrar cómo otros compromisos normativos (como la división equitativa en ciertas situaciones de negociación o la cooperación en el dilema del prisionero) pueden derivarse de la acción de agentes de racionalidad acotada, interesados en sí mismos.

¹⁴ Un nombre más apropiado sería "la falacia de Hume". La "falacia naturalista" de Moore, discutida en *Principia Ethica*, difiere significativamente de la inferencia equivocada de una declaración-deber de una declaración-ser. Usar la misma etiqueta para tales falacias diferentes invita a la confusión.

Bibliografia

- Ackley, David and Michael Littman (1994). “Interactions Between Learning and Evolution,” in Christopher G. Langton, ed., *Artificial Life III*. Reading, MA: Addison-Wesley, pp. 487–509.
- Adachi, N. and Matsuo, K. (1991). “Ecological Dynamics Under Different Selection Rules in Distributed and Iterated Prisoner’s Dilemma Games,” *Parallel Problem Solving From Nature* (Lecture Notes in Computer Science: Volume 496), Berlin: Springer-Verlag, pp. 388–394.
- Alexander, J. McKenzie (2000). “Evolutionary Explanations of Distributive Justice,” *Philosophy of Science*, 67: 490–516.
- — (2007). *The Structural Evolution of Morality*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Alexander, Jason and Brian Skyrms (1999). “Bargaining with Neighbors: Is Justice Contagious?” *Journal of Philosophy*, 96 (11): 588–598.
- Axelrod, R. (1984). *The Evolution of Cooperation*. New York: Basic Books.
- — (1986). “An evolutionary approach to norms,” *American Political Science Review*, 80(4): 1095–1111.
- Axelrod, Robert M. and Dion, Douglas (1988). ‘The Further Evolution of Cooperation’, *Science*, 242 (4884): 1385–1390.
- Axelrod, Robert M. and Hamilton, William D. (1981). ‘The Evolution of Cooperation’, *Science*, 211 (4489): 1390–1396.
- Banerjee, Abhijit V. and Weibull, Joergen W. (1993). “Evolutionary Selection with Discriminating Players,” Working Paper #375, Research Institute of Industrial Economics, University of Stockholm.
- Barrett, Jeffrey A. (2007). “Dynamic Partitioning and the Conventionality of Kinds,” *Philosophy of Science*, 74 (4): 527–546.
- Bergin, J. and Lipman, B. (1996). “Evolution with State-Dependent Mutations,” *Econometrica*, 64: 943–956.
- Bicchieri, Cristina (2006). *The Grammar of Society*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Binmore, Ken and Samuelson, Larry (1991). “Evolutionary Stability in Repeated Games Played By Finite Automata,” *Journal of Economic Theory*, 57: 278–305.
- — (1994). “An Economist’s Perspective on the Evolution of Norms,” *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 150 (1): 45–63.
- Björnerstedt, J. and Weibull, J. (1993). “Nash Equilibrium and Evolution by Imitation,” in Arrow, K. and Colomatto, E. (eds.), *Rationality in Economics*, New York: Macmillan.
- Blume, L. (1993). “The Statistical Mechanics of Strategic Interaction,” *Games and Economic Behaviour*, 5: 387–424.
- Blume, Lawrence E. (1997). “Population Games,” in W. Brian Arthur, Steven N. Durlauf, and David A. Lane (eds.), *The Economy as an Evolving Complex System II* (SFI Studies in the Sciences of Complexity: Volume 27), Reading, MA: Addison-Wesley, , pp. 425-460.
- Boehm, C. (1982). “The evolutionary development of morality as an effect of dominance behavior and conflict interference,” *Journal of Social and Biological Structures*, 5: 413–421.
- Bögers, Tilman and Sarin, R. (1996). “Naive Reinforcement and Replicator Dynamics,” Working Paper, Centre for Economic Learning and Social Evolution, University College London.
- — (1997). “Learning Through Reinforcement and Replicator Dynamics,” *Journal of Economic Theory*, 77(1): 1–14.

- Boyd, Robert and Lorberbaum, Jeffrey P. (1987). "No Pure Strategy is Evolutionarily Stable in the Repeated Prisoner's Dilemma Game," *Nature*, 32(7) (May 7): 58–59.
- Boylan, Richard T. (1991). "Laws of Large Numbers for Dynamical Systems with Randomly Matched Individuals," *Journal of Economic Theory*, 57: 473–504.
- Busch, Marc L. and Reinhardt, Eric R. (1993). "Nice Strategies in a World of Relative Gains: The Problem of Co-operation under Anarchy," *Journal-of-Conflict-Resolution*, 37(3): 427–445.
- Cabrales, A. and Ponti, G. (1996). "Implementation, Elimination of Weakly Dominated Strategies and Evolutionary Dynamics," Working Paper, Centre for Economic Learning and Social Evolution, University College London.
- Canning, David (1988). "Rationality and Game Theory When Players are Turing Machines," ST/ICERD Discussion Paper 88/183, London: London School of Economics.
- Canning, David (1990c). "Rationality, Computability and the Limits of Game Theory," Economic Theory Discussion Paper Number 152, Department of Applied Economics, University of Cambridge, July.
- Canning, David (1992). "Rationality, Computability and Nash Equilibrium," *Econometrica*, 60(4): 877–888.
- Chalub, F.A.C.C., Santos, F.C. and J.M. Pacheco (2006). "The evolution of norms," *Journal of Theoretical Biology*, 241: 233–240.
- Cho, I.-K. and Kreps, David M. (1987). "Signaling Games and Stable Equilibria," *Quarterly Journal of Economics*, 102 (1): 179–221.
- Clemens, Christiane and Thomas Riechmann (2006). "Evolutionary Dynamics in Public Goods Games," *Computational Economics*, 28: 399–420.
- Cowan, Robin A. and Miller, John H. (1990). "Economic Life on a Lattice: Some Game Theoretic Results," Working Paper 90-010, Economics Research Program, Santa Fe Institute, New Mexico.
- D'Arms, Justin, Robert Batterman, and Krzysztof Górný (1998). "Game Theoretic Explanations and the Evolution of Justice," *Philosophy of Science*, 65: 76–102.
- D'Arms, Justin (1996). "Sex, Fairness, and the Theory of Games," *Journal of Philosophy*, 93 (12): 615–627.
- --- (2000). "When Evolutionary Game Theory Explains Morality, What Does It Explain?" *Journal of Consciousness Studies* 7(1–2): 296–299.
- Danielson, P. (1992). *Artificial Morality: Virtuous Robots for Virtual Games*, London: Routledge.
- --- (1998). "Critical Notice: *Evolution of the Social Contract*," *Canadian Journal of Philosophy*, 28 (4): 627–652.
- Dekel, Eddie and Scotchmer, Suzanne (1992). "On the Evolution of Optimizing Behavior," *Journal of Economic Theory*, 57: 392–406.
- Eaton, B. C. and Slade, M. E. (1990). "Evolutionary Equilibrium in Market Supergames," Discussion Paper 90-30 (November 1989), Department of Economics, University of British Columbia.
- Ellingsen, Tore (1997). "The Evolution of Bargaining Behavior," *The Quarterly Journal of Economics*, 112 (1): 581–602.
- Ellison, G. (1993). "Learning, Local Interaction and Coordination," *Econometrica*, 61: 1047–1071.

- Enquist, Magnus and Stefano Ghirlanda (2007). “Evolution of Social Learning Does Not Explain the Origin of Human Cumulative Culture,” *Journal of Theoretical Biology*, 246: 129–135.
- Enquist, M., Ghirlanda, S., Jarrick, A., and Wachtmeister, C. A. (2008). “Why Does Human Culture Increase Exponentially?” *Theoretical Population Biology*, 74: 46–55.
- Epstein, Joshua A. (1998). “Zones of Cooperation in Demographic Prisoner's Dilemma,” *Complexity*, 4 (2): 36–48.
- Eshel, Ilan, Larry Samuelson, and Avner Shaked (1998). “Altruists, Egoists, and Hooligans in a Local Interaction Model,” *The American Economic Review*, 88 (1): 157–179.
- Fishman, Michael A. (2006). “Involuntary defection and the evolutionary origins of empathy,” *Journal of Theoretical Biology*, 242: 873–879.
- Fisher, R. A. (1930). *The Genetic Theory of Natural Selection*, Oxford, Clarendon Press.
- Fletcher, Jeffrey A. and Martin Zwick (2007). “The evolution of altruism: Game theory in multilevel selection and inclusive fitness,” *Journal of Theoretical Biology*, 245: 26–36.
- Fogel, David B. (1993). “Evolving Behaviours in the Iterated Prisoner's Dilemma,” *Evolutionary Computation*, 1 (1): 77–97.
- Forrest, Stephanie and Mayer-Kress, G. (1991). “Genetic Algorithms, Nonlinear Dynamical Systems, and Global Stability Models,” in L. Davis, (ed.), *The Handbook of Genetic Algorithms*, New York: Van Nostrand Reinhold.
- Foster, Dean and Young, H. Peyton (1990). “Stochastic Evolutionary Game Dynamics,” *Journal of Theoretical Biology*, 38: 219–232.
- Friedman, Daniel (1991). “Evolutionary Games in Economics,” *Econometrica*, 59 (3): 637–666.
- Fudenberg, Drew and Maskin, Eric (1990). “Evolution and Cooperation in Noisy Repeated Games,” *American Economic Review (Papers and Proceedings)*, 80 (2): 274–279.
- Gintis, Herbert (2000). “Classical Versus Evolutionary Game Theory,” *Journal of Consciousness Studies*, 7 (1–2): 300–304.
- --- (2007). “The evolution of private property,” *Journal of Economic Behavior & Organization*, 64: 1–16.
- Gintis, Herbert, Samuel Bowles, Robert Boyd and Ernst Fehr (2003). “Explaining altruistic behavior in humans,” *Evolution and Human Behavior*, 24: 153–172.
- Guth, Werner and Kliemt, Hartmut (1994). “Competition or Co-operation — On the Evolutionary Economics of Trust, Exploitation and Moral Attitudes,” *Metroeconomica*, 45: 155–187.
- Guth, Werner and Kliemt, Hartmut (1998). “The Indirect Evolutionary Approach: Bridging the Gap Between Rationality and Adaptation,” *Rationality and Society*, 10 (3): 377–399.
- Hamilton, W. D. (1963). “The Evolution of Altruistic Behavior,” *The American Naturalist*, 97: 354–356.
- --- (1964). “The Genetical Evolution of Social Behavior. I,” *Journal of Theoretical Biology*, 7: 1–16.
- --- (1964). “The Genetical Evolution of Social Behavior. II,” *Journal of Theoretical Biology*, 7: 17–52.
- Hammerstein, P. and Selten, R. (1994). “Game Theory and Evolutionary Biology,” in R. Auman and S. Hart (eds.), *Handbook of Game Theory with Economic Applications* (Volume 2), Amsterdam: Elsevier Science, pp. 931–962.

- Hansen, R. G. and Samuelson, W. F. (1988). "Evolution in Economic Games," *Journal of Economic Behavior and Organization*, 10 (3): 315–338.
- Harms, William (1997). "Evolution and Ultimatum Bargaining," *Theory and Decision*, 42: 147–175.
- --- (2000). "The Evolution of Cooperation in Hostile Environments," *Journal of Consciousness Studies*, 7 (1–2): 308–313.
- Harms, William and Brian Skyrms (2008). "Evolution of Moral Norms," in *The Oxford Handbook of Philosophy of Biology*, Oxford: Oxford University Press.
- Harsanyi, J. (1953). "Cardinal Utility in Welfare Economics and the Theory of Risk Taking," *Journal of Political Economy*, 61: 434–435.
- Harrald, Paul G. (in press). "Evolving Behaviour in Repeated Games via Genetic Algorithms," in P. Stampoultsis (ed.), *The Applications Handbook of Genetic Algorithms*, Boca Raton, FA: CRC Publishers.
- Hassell, Michael P., Hugh N. Comins, and Robert M. May (1991). "Spatial structure and chaos in insect population dynamics," *Nature*, 353: 255–258.
- Hauert, Christoph (2006). "Spatial Effects in Social Dilemmas," *Journal of Theoretical Biology*, 240: 627–636.
- Hauert, Christoph, Franziska Michor, Martin A. Nowak, and Michael Doebeli (2006). "Synergy and discounting of cooperation in social dilemmas," *Journal of Theoretical Biology*, 239: 195–202.
- Hauert, Christoph, Silvia De Monte, Josef Hofbauer and Karl Sigmund (2002). "Replicator Dynamics for Optional Public Goods Games," *Journal of Theoretical Biology*, 218: 187–194.
- Hausken, Kjell, and Jack Hirshleifer (2008). "Truthful Signalling, the Heritability Paradox, and the Malthusian Equi-Marginal Principle," *Theoretical Population Biology*, 73: 11–23.
- Hegselmann, Rainer (1996). "Social Dilemmas in Lineland and Flatland," in Liebrand and Messick (eds.), *Frontiers in Social Dilemmas Research*, Berlin: Springer, pp. 337–361.
- Hiebeler, David (1997). "Stochastic Spatial Models: From Simulations to Mean Field and Local Structure Approximations," *Journal of Theoretical Biology*, 187: 307–319.
- Hines, W. G. (1987). "Evolutionary Stable Strategies: A Review of Basic Theory," *Theoretical Population Biology*, 31: 195–272.
- Hirshleifer, Jack and Martinez-Coll, Juan Carlos (1988). "What Strategies can Support the Evolutionary Emergence of Cooperation?," *Journal of Conflict Resolution*, 32 (2): 367–398.
- Hirshleifer, Jack and Martinez-Coll, Juan Carlos (1992). "Selection, Mutation and the Preservation of Diversity in Evolutionary Games," *Papers on Economics and Evolution*, #9202, edited by the European Study Group for Evolutionary Economics.
- Howard, J. V. (1988). "Cooperation in the Prisoner's Dilemma," *Theory and Decision*, 24: 203–213.
- Huberman, Bernardo A. and Glance, Natalie S. (1993). "Evolutionary Games and Computer Simulations," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 90 (16): 7716–7718.
- --- (1995). "The Dynamics of Collective Action," *Computational Economics*, 8: 27–46.
- Hurd, Peter L. (1995). "Communication in Discrete Action-Response Games," *Journal of Theoretical Biology*, 174: 217–222.
- Ikegami, Takashi (1993). "Ecology of Evolutionary Game Strategies," in *Self Organization and Life: From Simple Rules to Global Complexity* (Proceedings of the Second European Confer-

- ence on Artificial Life, Brussels, Belgium 24–26 May 1993), Cambridge, MA: MIT Press, pp. 527–536.
- Jäger, Gerhard (2008). “Evolutionary Stability Conditions for Signaling Games with Costly Signals,” *Journal of Theoretical Biology*, 253: 131–141.
 - Kameda, Tatsuya and Daisuke Nakanishi (2003). “Does social/cultural learning increase human adaptability? Rogers's question revisited,” *Evolution and Human Behavior*, 24: 242–260.
 - Kandori, Michihiro, Mailath, George J. and Rob, Rafael (1993). “Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games,” *Econometrica*, 61: 29–56.
 - Kendal, Jeremy, Marcus W. Feldman, and Kenichi Aoki (2006). “Cultural coevolution of norm adoption and enforcement when punishers are rewarded or non-punishers are punished,” *Theoretical Population Biology*, 70: 10–25.
 - Kreps, David M. (1990). *Game Theory and Economic Modelling*, Oxford: Clarendon Press.
 - Kreps, David M. and Fudenberg, Drew (1988). *Learning, Experimentation, and Equilibrium in Games*, Cambridge, MA: MIT Press.
 - Iwasa, Yoh, Mayuko Nakamaru, and Simon A. Levin (1998). “Allelopathy of bacteria in a lattice population: Competition between colicin-sensitive and colicin-producing strains,” *Evolutionary Ecology*, 12: 785–802.
 - Kandori, Michihiro, George J. Mailath, and Rafael Rob (1993). “Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games,” *Econometrica*, 61(1): 29–56.
 - Kaneko, Kunihiko and Junji Suzuki (1994). “Evolution to the Edge of Chaos in an Imitation Game,” in Christopher G. Langton (ed.), *Artificial Life III*, Reading, MA: Addison-Wesley, pp. 43–53.
 - Kephart, Jeffrey O. (1994). “How Topology Affects Population Dynamics,” in Christopher G. Langton (ed.), *Artificial Life III*, Reading, MA: Addison-Wesley, pp. 447–463.
 - Kitcher, Philip (1999). “Games Social Animals Play: Commentary on Brian Skyrms' *Evolution of the Social Contract*,” *Philosophy and Phenomenological Research*, 59(1): 221–228.
 - Krebs, Dennis (2000). “Evolutionary Games and Morality,” *Journal of Consciousness Studies*, 7 (1–2): 313–321.
 - Levin, B. R. (1988). “Frequency-dependent selection in bacterial populations,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London (Series B)*, 319: 469–472.
 - Lewontin, R. C. (1961). “Evolution and the Theory of Games” *Journal of Theoretical Biology*, 1: 382–403.
 - Liebrand, Wim B. G. and Messick, David M. (eds.) (1996). *Frontiers in Social Dilemmas Research*, Berlin: Springer-Verlag.
 - Lindgren, Kristian (1990). “Evolution in a Population of Mutating Strategies,” Preprint 90/22 S, Copenhagen: Nordic Institute for Theoretical Physics.
 - Lindgren, Kristian and Nordahl, Mats G. (1993). “Evolutionary Dynamics of Spatial Games,” in *Self Organization and Life: From Simple Rules to Global Complexity* (Proceedings of the Second European Conference on Artificial Life, Brussels, Belgium 24–26 May 1993), Cambridge, MA: MIT Press, pp. 604–616.
 - Lindgren, Kristian and Mats G. Nordahl (1994). “Evolutionary dynamics of spatial games,” *Physica D*, 75: 292–309.

- Lindgren, K. (1991). "Evolutionary phenomena in simple dynamics," in C.G. Langton, J.D. Farmer, S. Rasmussen, and C. Taylor (eds.), *Artificial Life II*, Redwood City, CA: Addison-Wesley, pp. 295–312.
- Lomborg, Bjorn (1992). "Cooperation in the Iterated Prisoner's Dilemma," *Papers on Economics and Evolution*, #9302, edited by the European Study Group for Evolutionary Economics.
- Lomborg, Bjorn (1996). "Nucleus and Shield: The Evolution of Social Structure in the Iterated Prisoner's Dilemma," *American Sociological Review*, 61: 278–307.
- Macy, Michael (1989). "Walking Out of Social Traps: A Stochastic Learning Model for the Prisoner's Dilemma," *Rationality and Society*, 1 (2): 197–219.
- Mailath, George J. (1992). "Introduction: Symposium on Evolutionary Game Theory," *Journal of Economic Theory*, 57: 259–277.
- Mailath, George J., Samuelson, Larry and Shaked, Avner (1992). "Evolution and Endogenous Interaction," Draft Paper, Department of Economics, University of Pennsylvania, latest version 24 August 1995.
- Matsui, Akihiko (1993). "Evolution and Rationalizability," Working Paper: 93–19 (May 1993), Center for Analytic Research in Economics and the Social Sciences (CARESS), University of Pennsylvania.
- Mar, Gary (2000). "Evolutionary Game Theory, Morality, and Darwinism" *Journal of Consciousness Studies*, 7 (1–2): 322–326.
- May, R. M., Bohoeffer, S. and Nowak, Martin A. (1995). "Spatial Games and the Evolution of Cooperation," in F. Moran, A. Moreno, J.J. Merelo and P. Chacon, P. (eds.), *Advances in Artificial Life: Proceedings of the Third European Conference on Artificial Life (ECAL95)*, Berlin: Springer-Verlag, pp. 749–759.
- Maynard-Smith, John (1976). "Evolution and the Theory of Games," *American Scientist*, 64 (1): 41–45.
- Maynard-Smith, John (1982). *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Maynard Smith, John and George Price (1973). "The Logic of Animal Conflict" *Nature*, 146: 15–18.
- Miller, John H. (1988). "The Evolution of Automata in the Repeated Prisoner's Dilemma," in *Two Essays on the Economics of Imperfect Information*, Ph.D. Dissertation, Department of Economics, University of Michigan/Ann Arbor.
- ——— (1996). "The Coevolution of Automata in the Repeated Prisoner's Dilemma," *Journal of Economic Behavior and Organization*, 29 (1): 87–112.
- Miller, John H. and Shubik, Martin (1994). "Some Dynamics of a Strategic Market Game with a Large Number of Agents," *Journal of Economics*, 60: 1–28.
- Miller, J. H. and J. Andreoni (1991). "Can Evolutionary Dynamics Explain Free Riding in Experiments?" *Economic Letters*, 36: 9–15.
- Nachbar, John H. (1990). "Evolutionary Selection Dynamics in Games: Convergence and Limit Properties," *International Journal of Game Theory*, 19: 59–89.
- Nachbar, John H. (1992). "Evolution in the Finitely Repeated Prisoner's Dilemma: A Methodological Comment and Some Simulations," *Journal of Economic Behaviour and Organization*, 19 (3): 307–326.

- Nakahashi, Wataru (2007). “The Evolution of Conformist Transmission in Social Learning when the Environment Changes Periodically,” *Theoretical Population Biology*, 72: 52–66.
- Neyman, A. (1985). “Bounded Complexity Justifies Cooperation in the Finitely Repeated Prisoner's Dilemma,” *Economics Letters*, 19: 227–229.
- Nowak, Martin A. and May, Robert M. (1992). “Evolutionary Games and Spatial Chaos,” *Nature*, 359 (6398): 826–829.
- Nowak, Martin A., Joshua B. Plotkin, and David C. Krakauer (1999). “The Evolutionary Language Game,” *Journal of Theoretical Biology*, 200: 147–162.
- Nowak, Martin A. and Sigmund, K. (1992). “Tit For Tat in Heterogenous Populations,” *Nature*, 359: 250–253.
- Nowak, Martin A. and May, Robert M. (1993). “The Spatial Dilemmas of Evolution,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 3: 35–78.
- Nowak, Martin A., Sebastian Bonhoeffer, and Robert M. May (1994). “More Spatial Games,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4 (1): 33–56.
- Ockenfels, Peter (1993). “Cooperation in Prisoner's Dilemma — An Evolutionary Approach,” *European Journal of Political Economy*, 9: 567–579.
- Ostrom, Elinor (2000). “Collective Action and the Evolution of Social Norms,” *Journal of Economic Perspectives*, 14 (3): 137–158.
- Page, K. M. and M. A. Nowak (2002). “Empathy leads to fairness,” *Bulletin of Mathematical Biology*, 64: 1101–1116.
- Pawlowitsch, C. (2007). “Finite populations choose an optimal language,” *Journal of Theoretical Biology*, 249: 606–616.
- ——— (2008). “Why evolution does not always lead to an optimal signaling system,” *Games and Economic Behavior*, 63: 203–226.
- Reijnders, L. (1978). “On the Applicability of Game Theory to Evolution,” *Journal of Theoretical Biology*, 75 (1): 245–247.
- Robles, J. (1998). “Evolution with Changing Mutation Rates,” *Journal of Economic Theory*, 79: 207–223.
- Robson, Arthur J. (1990). “Efficiency in Evolutionary Games: Darwin, Nash and the Secret Handshake,” *Journal of Theoretical Biology*, 144: 379–396.
- Rogers, A. R. (1988). “Does biology constrain culture?” *American Anthropologist*, 90: 819–831.
- Samuelson, Larry and J. Zhang (1992). “Evolutionary Stability in Asymmetric Games,” *Journal of Economic Theory*, 57: 363–391.
- Samuelson, Larry (1993). “Does Evolution Eliminate Dominated Strategies?” in Kenneth G. Binmore, A. Kirman, and P. Tani (eds.), *Frontiers of Game Theory*, Cambridge, MA: MIT Press, pp. 213–235.
- ——— (1997). *Evolutionary Games and Equilibrium Selection*. (Series: Economic Learning and Social Evolution), Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- Sánchez, Angel and José A. Cuesta (2005). “Altruism may arise from individual selection,” *Journal of Theoretical Biology*, 235: 233–240.
- Schlag, Karl H. (1998). “Why Imitate, and If So, How? A Boundedly Rational Approach to Multi-armed Bandits,” *Journal of Economic Theory*, 78: 130–156.
- Schuster, P. and Sigmund, K. (1983). “Replicator Dynamics,” *Journal of Theoretical Biology*, 100 (3): 533–538.

- Selten, Reinhard (1983). "Evolutionary Stability in Extensive Two-Person Games," *Mathematical Social Sciences*, 5: 269–363.
- --- (1988). "Evolutionary Stability in Extensive Two-Person Games -- Correction and Further Development," *Mathematical Social Sciences*, 16 (3): 223–266.
- Selten, Reinhard (ed.) (1991). *Game Equilibrium Models I: Evolution and Game Dynamics*, New York: Springer-Verlag.
- Selten, Reinhard (1993). "Evolution, Learning, and Economic Behaviour," *Games and Economic Behaviour*, 3 (1): 3–24.
- Sinclair, P. J. N. (1990). "The Economics of Imitation," *Scottish Journal of Political Economy*, 37(2): 113–144.
- Skyrms, Brian (1992). "Chaos in Game Dynamics," *Journal of Logic, Language, and Information*, 1: 111–130.
- --- (1994). "Chaos and the Explanatory Significance of Equilibrium: Strange Attractors in Evolutionary Game Dynamics," in *Proceedings of the 1992 PSA*(Volume 2), Philosophy of Science Association, pp. 374–394.
- --- (1994a). "Darwin Meets *The Logic of Decision*: Correlation in Evolutionary Game Theory," *Philosophy of Science*, 61: 503–528.
- --- (1994b). "Sex and Justice," *Journal of Philosophy*, 91: 305–320.
- --- (1996). *Evolution of the Social Contract*, Cambridge: Cambridge University Press.
- --- (1997). "Game Theory, Rationality and Evolution," in M. L. Dalla Chiara *et al.* (eds.), *Structures and Norms in Science*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 73–85.
- --- (1998). "Salience and symmetry-breaking in the evolution of convention," *Law and Philosophy*, 17: 411–418.
- --- (1999). "Précis of *Evolution of the Social Contract*," *Philosophy and Phenomenological Research*, 59 (1): 217–220.
- --- (2000). "Game Theory, Rationality and Evolution of the Social Contract," *Journal of Consciousness Studies*, 7 (1–2): 269–284.
- --- (2000). "Adaptive Dynamic Models and the Social Contract," *Journal of Consciousness Studies*, 7 (1–2): 335–339.
- --- (2004). *The Stag Hunt and the Evolution of Social Structure*, Cambridge: Cambridge University Press.
- --- (forthcoming). "Evolution of Signaling Systems with Multiple Senders and Receivers," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* (Series B).
- Smale, Steve (1980). "The Prisoner's Dilemma and Dynamical Systems Associated to Non-cooperative Games," *Econometrica*, 48: 1617–1634.
- Maynard Smith, John and George Price (1973). "The Logic of Animal Conflict," *Nature*, 246: 15–18.
- Maynard Smith, John (1982). *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Stanley, E. Ann, Dan Ashlock, and Leigh Tesfatsion (1994). "Iterated Prisoner's Dilemma with Choice and Refusal of Partners," in Christopher G. Langton (ed.), *Artificial Life III* (Proceedings of the Workshop on Artificial Life, held June 1992 in Santa Fe, New Mexico), Reading, MA: Addison-Wesley, pp. 131–175.

- Suleiman, Ramzi and Ilan Fischer (1996). "The Evolution of Cooperation in a Simulated Inter-Group Conflict," in Liebrand and Messick (eds.), *Frontiers in Social Dilemmas Research*, Berlin: Springer.
- Taylor, Peter D. and Leo B. Jonker (1978). "Evolutionary Stable Strategies and Game Dynamics," *Mathematical Biosciences*, 40: 145–156.
- Thomas, B. (1984). "Evolutionary Stability: States and Strategies," *Theoretical Population Biology*, 26: 49–67.
- — (1985a). "Evolutionary Stable Sets in Mixed-Strategist Models," *Theoretical Population Biology*, 28: 332–341.
- — (1985b). "On Evolutionary Stable Sets," *Journal of Mathematical Biology*, 22: 105–115.
- Tomochi, Masaki and Mitsuo Kono (1998). "Social Evolution Based on Prisoner's Dilemma with Generation Dependent Payoff Matrices," *Research on Policy Studies*, 3: 79–91.
- Trivers, Robert L. (1971). "The evolution of reciprocal altruism," *The Quarterly Review of Biology*, 46: 35–57.
- Vanderschraaf, Peter (2000). "Game Theory, Evolution, and Justice," *Philosophy and Public Affairs*, 28 (4): 325–358.
- Vega-Redondo, Fernando (1996). *Evolution, Games, and Economic Behaviour*, Oxford: Oxford University Press.
- Vega-Redondo, Fernando (1997). "The Evolution of Walrasian Behavior," *Econometrica*, 65 (2): 375–384.
- Wakano, Joe Yuichiro, Kenichi Aoki and Marcus W. Feldman (2004). "Evolution of social learning: a mathematical analysis," *Theoretical Population Biology*, 66: 249–258.
- Wakano, Joe Yuichiro and Kenichi Aoki (2006). "A mixed strategy model for the emergence and intensification of social learning in a periodically changing natural environment," *Theoretical Population Biology*, 70: 486–497.
- Weibull, Juergen W. (1995). *Evolutionary Game Theory*, Cambridge, MA: The MIT Press.
- Witt, Ulrich (1989a). "The Evolution of Economic Institutions as a Propagation Process," *Public Choice*, 62 (2): 155–172.
- Young, H. Peyton. (1993). "An Evolutionary Model of Bargaining," *Journal of Economic Theory*, 59: 145–168.
- — (1993). "The Evolution of Conventions," *Econometrica*, 61 (1): 57–84.
- — (2001). *Individual Strategy and Social Strategy: An Evolutionary Theory of Institutions*, Princeton: Princeton University Press.
- Zollman, Kevin (2005). "Talking to Neighbors: The Evolution of Regional Meaning," *Philosophy of Science*, 72: 69–85.