Cournot, Bertrand, Stackelberg – Torneos, Salarios de eficiencia [1]

1. *Equilibrio de Nash*

Robert Gibbons Profesor en el MIT
Why Organizations Are Such a Mess (and What an Economist Might Do About It)

Una forma de motivar la definición del equilibrio de Nash es argumentar que si teoría de los juegos proporciona una solución única para un problema estratégico, luego la solución debe ser un equilibrio de Nash, en el siguiente sentido. Supongamos que teoría de juegos hace una predicción única sobre la estrategia que elegirá cada jugador. A fin de que esta predicción sea correcta, es necesario que cada jugador esté dispuesto a elegir la estrategia predicha por la teoría. De este modo, la estrategia predicha de cada jugador debe ser la mejor respuesta del jugador a las estrategias predichas de los otros jugadores. Tal predicción podría ser llamada estratégicamente estable o autoaplicable, porque no hay un solo jugador que quiera desviarse de su estrategia predicha. Vamos a llamar a esa predicción un equilibrio de Nash. Utilizaremos S_i para representar el espacio de las estrategias s_i del jugador i, y su función de pagos vendrá dada por u_i: $S_1 X S_2 X \ldots X S_n \mapsto R$.

Definición En el juego con n-jugadores en forma normal $G= \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$, las estrategias $(s_1^*, \ldots, s_n^*)$ constituyen un *equilibrio de Nash* si, para cada jugador i, s_i^* es la mejor respuesta (o al menos empata con la mejor respuesta) del jugador i a las estrategias especificadas de los n-1 jugadores restantes, $(s_1^*, \ldots, s_{i-1}^*, s_{i+1}^*, \ldots, s_n^*)$:

$$u_i\,(s_1^*, \ldots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \ldots, s_n^*) \geq u_i\,(s_1^*, \ldots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \ldots, s_n^*)$$

para toda estrategia factible $s_i \in S_i$; o sea s_i^* resuelve $máx._{\,s_i \in S_i}\ u_i\,(s_1^*, \ldots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \ldots, s_n^*)$.

Vamos a motivar esta definición. Supongan que teoría de los juegos ofrece las estrategias $(s_1', \ldots, s_n')$ como soluciones del juego en forma normal $G= \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_n\}$. Si decimos que $(s_1', \ldots, s_n')$ no es un equilibrio de Nash de G es lo mismo que decir que hay algún jugador i tal, que s_i' no es una mejor respuesta a $(s_1', \ldots, s_{i-1}', s_{i+1}', \ldots, s_n')$. O sea, que hay alguna estrategia s_i'' tal que $u_i\,(s_1', \ldots, s_{i-1}', s_i'', s_{i+1}', \ldots, s_n') > u_i\,(s_1', \ldots, s_{i-1}', s_i', s_{i+1}', \ldots, s_n')$.

	L	C	R
T	0, 4	4, 0	5, 3
M	4, 0	0, 4	5, 3
B	3, 5	3, 5	6, 6

Figura 1

Así, si la teoría ofrece estrategias $(s_1', \ldots, s_n')$ como solución, pero estas estrategias no son un equilibrio de Nash, entonces al

[1] Robert Gibbons, Game theory for applied economists, 1992; 1.1 Basic theory; 2.1 Dynamic Games of Complete and Perfect Information; 2.2 Two-Stage Games of Complete but Imperfect Information; 2.3.D Repeated Games.

menos un jugador tendrá un incentivo a desviarse de la predicción de la teoría, por lo que la teoría será falseada por el desarrollo real del juego. Una de las motivaciones asociadas con un equilibrio de Nash implica la idea de *convención*: si se establece un convenio acerca de cómo jugar un juego determinado entonces las estrategias establecidas por la convención deben ser un equilibrio de Nash, de lo contrario, al menos, un jugador no cumplirá con la convención. Por ejemplo, véase la Figura 1. Se ha subrayado el pago más alto que obtiene el jugador i ante cada jugada de j. Tomen la jugada L de columna; el mejor pago de i será 4, que es mayor que 3 o que 0.

Un par de estrategias satisfará la condición de *EN* si la estrategia de cada uno es la mejor respuesta a la del otro – o sea, si ambos pagos están subrayados en la matriz. Por lo tanto, *(B, R)* es el único par de estrategias que constituyen un *EN* de este juego.

Hemos visto en el capítulo 31 de que el proceso de eliminación de estrategias estrictamente dominadas no siempre conduce a un EN (ver el *Juego de las Monedas*). También hemos apreciado que en ciertos juegos puede haber múltiples EN (ver *Batalla de los Sexos*). La ventaja del proceso de eliminación de estrategias estrictamente dominadas es que, si hay un EN, el procedimiento permitirá identificarlo. Un *teorema* muy útil que no demostraremos indica que si se eliminan iterativamente todas las estrategias estrictamente dominadas, con excepción de las estrategias $(s_1^*,..., s_n^*)$ luego estas estrategias constituyen el único equilibrio de Nash del juego. *Pero la solución de Nash conduce a una solución más fuerte* en el siguiente sentido: si las estrategias $(s_1^*,..., s_n^*)$ son un equilibrio de Nash, luego sobrevivirán a un proceso de eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas, pero puede haber estrategias que sobrevivan al proceso de eliminación de estrategias estrictamente dominadas que no sean parte de ningún equilibrio de Nash. Por ejemplo, en la figura 1 se tiene un único EN, pero si se practica un proceso de eliminación de estrategias estrictamente dominadas se tiene una máxima imprecisión sobre el equilibrio final, ya que ninguna puede ser eliminada y todo par puede ocurrir.

Nos preguntamos ahora, dado que el EN es una noción más fuerte que el proceso de selección del equilibrio mediante eliminación de estrategias estrictamente dominadas, ¿no será una noción *demasiado fuerte*? Es decir, ¿existirá siempre un EN? John Nash demostró que esto es así en un artículo famoso de 1950, con el agregado de que el número de jugadores y los espacios de estrategias S_j sean finitos (este equilibrio puede involucrar la posible utilización de estrategias *mixtas*.)[2] Algo similar demostró en el contexto del duopolio Augustin Cournot.[3] Las empresas en la teoría de Cournot eligen el volumen de producción para maximizar su beneficio. Sin embargo, el mejor volumen de producción para una empresa depende de los niveles de producción de las demás. Un equilibrio de Cournot tiene lugar cuando la producción de cada empresa maximiza sus beneficios dada la producción de las otras empresas, lo cual es una estrategia pura de equilibrio de Nash. Cournot también introdujo el concepto de mejor respuesta en su análisis dinámico de la estabilidad del equilibrio.

2. *Modelo del oligopolio de Cournot*

Usaremos ahora este modelo con los siguientes objetivos: a) Cómo traducir el enunciado informal de un problema a su representación mediante la forma normal de un juego; b) Cuá-

[2] John F. Nash, Jr., Equilibrium points in n-person games, 1950.
[3] Antoine-Augustin Cournot, *Sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses* (1838) *(English translation: Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth [1897]).*

les son los cálculos necesarios para obtener el equilibrio de Nash; c) Cómo practicar la eliminación iterativa de estrategias dominadas. Se apreciará en primer término el tratamiento de Cournot; a continuación, veremos el modelo de Bertrand de 1883; en tercer término, el modelo de Stackelberg de 1934, donde una firma elige cantidades antes que otra (que también la observa).

Supongan que q_1 y q_2 son las cantidades producidas de un producto homogéneo por las firmas 1 y 2, respectivamente. La función lineal $P(Q) = a - Q$ indicará el precio obtenido en el mercado cuando la cantidad agregada es $Q = q_1 + q_2$. Más precisamente, $P(Q) = a - Q$ para $Q<a$, y $P(Q) = 0$ para $Q \geq a$.

Se supondrá que el costo total de la firma i de producir la cantidad q_i es $C_i(q_i) = cq_i$. Esto es, no hay costos fijos y el costo marginal es constante al nivel de c, donde se supone que $c < a$. Siguiendo a Cournot, supondremos que las empresas eligen sus volúmenes de producción en forma simultánea.

A fin de hallar el equilibrio de Nash del juego de Cournot, primero vamos a plantear el problema como un juego en forma normal. Recordemos que esta especificación requiere identificar: (1) los jugadores del juego, (2) las estrategias disponibles de cada uno, y (3) los pagos recibidos por cada jugador en cada combinación de estrategias que podrían elegir los jugadores. Lógicamente, tenemos dos jugadores en el juego del duopolio – a saber, las dos empresas. En Cournot, las estrategias de cada empresa son las diferentes cantidades que podría producir. Supondremos que el nivel de producto es continuamente divisible. Y obviamente, debe ser no negativo. Luego, el espacio estratégico de cada firma es $S_i = [0, \infty)$, a saber los números reales no negativos, en cuyo caso la estrategia típica será s_i, una decisión de cantidad, $q_i \geq 0$. Como $P(Q) = 0$ para $Q \geq a$, ninguna firma producirá más que a, es decir $q_i < a$. Queda por especificar el pago a cada firma como función de las estrategias elegidas, y definir y resolver el equilibrio. Supondremos simplemente que el pago de cada firma es su beneficio. Luego los pagos $u_i(s_i, s_j)$ pueden ser escritos, en un juego de dos jugadores en su forma normal como

$$\pi_i(q_i, q_j) = q_i[P(q_i + q_j) - c] = q_i[a - (q_i + q_j) - c].$$

Recuérdese ahora la definición de un equilibrio de Nash, como el par de estrategias (s_i, s_j) tales que para cada jugador i,

$$u_i(s_i^*, s_j^*) \geq u_i(s_i, s_j^*)$$

para cada estrategia factible s_i en S_i; en forma equivalente, para cada jugador i, s_i debe resolver el problema de optimización $\text{máx.}_{s_i \in S_i}\, u_i(s_i, s_j^*)$.

En el modelo del duopolio de Cournot, el enunciado análogo es que el par (q_i^*, q_j^*) será un equilibrio de Nash si, para cada firma i, q_i resuelve

$$\text{máx.}_{0 \leq q_i < \infty}\, q_i[a - (q_i + q_j^*) - c].$$

Suponiendo que $q_j < a - c$ (veremos que esto se verifica), la condición de primer orden de optimización será necesaria y suficiente, esto es

$$q_i = \tfrac{1}{2}(a - q_j - c). \qquad [1]$$

Por lo tanto, para que el par (q_i, q_j) sea un equilibrio de Nash, la elección de las empresas debe satisfacer

$$q_1^* = \tfrac{1}{2}\,(a - q_2^* - c), \quad \text{y}$$
$$q_2^* = \tfrac{1}{2}\,(a - q_1^* - c).$$

Resolviendo este par de ecuaciones, se obtiene

$$q_1^* = q_2^* = (a - c)/3.$$

Puede apreciarse que estas cantidades son inferiores a $(a\text{-}c)$, como se indicó previamente.

Este resultado es intuitivamente evidente. Cada empresa desearía, naturalmente, ser un monopolista en el mercado, en cuyo caso habría elegido q_i para maximizar su beneficio $\pi_i\,(q_i, 0)$, produciendo la cantidad de monopolio $q_m = (a - c)/2$ y ganando un beneficio de monopolio $\pi_i(q_m, 0) = (a - c)^2/4$. Como hay dos empresas, los beneficios agregados del duopolio se maximizarían fijando la cantidad agregada $q_1 + q_2$ igual a la cantidad de monopolio q_m, lo que ocurriría si por ejemplo $q_i = q_m/2$ para cada i. El problema de este arreglo es que cada empresa tendrá un *incentivo a desviarse*: como la cantidad de monopolio q_m es reducida, el precio asociado $P\,(q_m)$ es relativamente alto, y a este precio cada firma desearía aumentar su cantidad, pese a que, al hacerlo así, este aumento de lo producido haga caer el precio de equilibrio del mercado. (*Ejercicio* Esto se puede apreciar usando la ecuación [1] para chequear que $q_m/2$ no es la mejor respuesta de la empresa 2 a la elección de $q_m/2$ por la empresa 1.) En contraste, en un equilibrio de Cournot la cantidad agregada es mayor, por lo cual el precio asociado es más reducido, con lo cual la tentativa de incrementar el volumen producido se reduce – se reduce justo al punto que cada firma es disuadida de incrementar su producción al darse cuenta de que el precio de equilibrio del mercado caerá.

> *Ejercicio* Suponga que en un oligopolio de Cournot hay n empresas. La cantidad producida por cada empresa i se denota q_i. Denótase como $Q = q_1 + \ldots + q_n$ a la oferta agregada del mercado. Sea P el precio de equilibrio de mercado y supóngase que la función inversa de demanda es $P\,(Q) = a - Q$ (se supone que $Q<a$, en caso contrario $P=0$). El costo total de cada empresa i cuando produce q_i es $C_i\,(q_i) = cq_i$. Luego, no hay costos fijos y el costo marginal es constante en c, y suponemos que $c<a$. Siguiendo a Cournot, suponga que las firmas eligen cantidades en forma simultánea. ¿Cuál es el equilibrio de Nash? ¿Qué sucede si $n \mapsto \infty$?

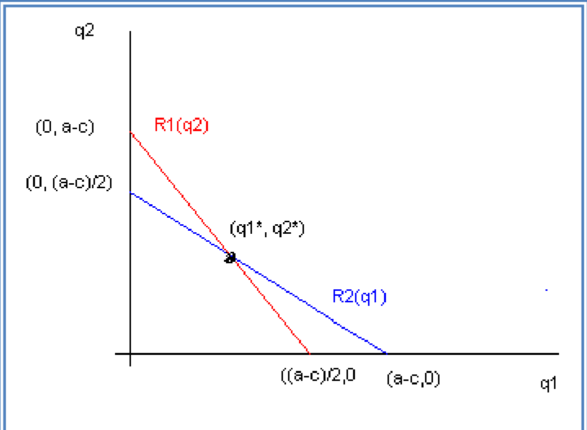


Figura 2

En lugar de resolver algebraicamente el equilibrio de Nash en el juego de Cournot, se podría proceder en forma gráfica de la siguiente manera. La ecuación [1] proporciona la mejor respuesta de la empresa i a la estrategia de equilibrio de la firma j, q_j. Un razonamiento análogo nos conduce a la mejor respuesta de la empresa 2 a una estrategia arbitraria de la empresa 1 y a la mejor respuesta de la firma 1 a una estrategia arbitraria de la firma 2. Suponiendo que la estrategia de la firma 1 satisface $q_1 < a - c$, la mejor respuesta de la firma 2 es

$$R_2 (q_1) = ½ (a - q_1 - c).$$

Asimismo, si $q_2 < a - c$, la mejor respuesta de la firma 1 es

$$R_1 (q_2) = ½ (a - q_2 - c).$$

Como se muestra en la Figura 2, estas funciones de mejor respuesta se cruzan una sola vez, en el par de equilibrio (q_1^*, q_2^*).

La tercera forma de obtener el equilibrio de Nash es aplicando un proceso de eliminación iterada de las estrategias estrictamente dominadas. Este procedimiento conduce a una solución única, que, por el teorema mencionado en la página 2, debe ser el equilibrio de Nash (q_j^*, q_i^*). El proceso requiere de un número infinito de pasos, cada uno de los cuales elimina una fracción de las cantidades remanentes en el espacio estratégico de cada firma. Se discutirán sólo las dos primeras iteraciones. En primer término, obsérvese que la cantidad de monopolio $q_m= (a - c)/2$ domina cualquier cantidad superior. Esto es, para todo $x>0$, $\pi_i(q_m,q_j)> \pi_i (q_m+ x, q_j)$ para todo $q_j \geq 0$. Para verlo, fíjense que si $Q= q_m + x + q_j < a$, se tiene

$$\pi_i (q_m, q_j) = ((a - c)/2)\Big[(a - c)/2 - q_j\Big], \qquad \text{y}$$

$$\pi_i \ (q_m+ x, q_j) = [(a - c)/2 + x] [(a - c)/2 - x - q_j] = \pi_i (q_m, q_j) - x(x+q_j),$$

y si $Q= q_m+ x + q_j \geq a$, entonces $P (Q)= 0$, con lo que al producir una cantidad menor aumenta el beneficio. En segundo término, como las cantidades que excedan q_m han sido eliminadas, la cantidad $(a - c)/4$ domina estrictamente cualquier cantidad menor. O sea, para cualquier x comprendido entre cero y $(a-c)/4$, $\pi_i [(a-c)/4, q_j] > \pi_i[(a-c)/4 - x, q_j]$ para todos las q_j comprendidas entre 0 y $(a - c)/2$. Para apreciarlo, obsérvese que

$$\pi_i ((a\text{-}c)/4, q_j) = ((a\text{-}c)/4) \Big[(3 (a\text{-}c)/4) - q_j\Big], \qquad \text{y que}$$

$$\pi_i ((a\text{-}c)/4 - x, q_j) = \Big[(a\text{-}c)/4 - x\Big] \Big[(3(a\text{-}c)/4) + x - q_j\Big] =$$

$$= \pi_i (q_m, q_j) - x \Big[((a\text{-}c)/2) + x - q_j\Big].$$

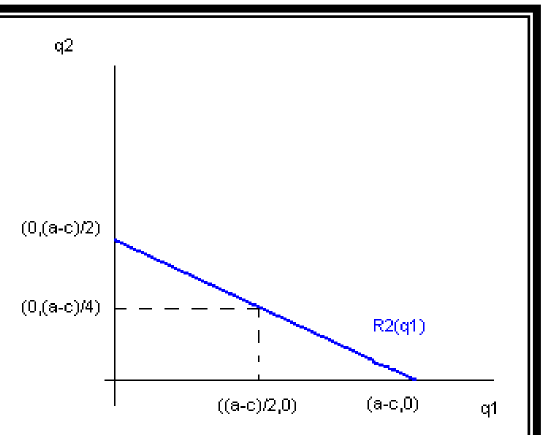


Figura 3

Luego de estas dos iteraciones, las cantidades que quedan en el espacio estratégico de cada empresa son las comprendidas en el intervalo entre $(a-c)/4$ y $(a-c)/2$. Si estos pasos son repetidos, el argumento irá convergiendo a intervalos aún más pequeños de las cantidades remanentes. En el límite, estos intervalos convergen al único punto $q_i^*= (a-c)/3$.

La eliminación iterada de las estrategias estrictamente dominadas también puede ser descripta en forma gráfica. Para ello podemos usar la pista siguiente: una estrategia es estrictamente dominada si y solamente si no hay creencia sobre las elecciones de los otros jugadores para la que la estrategia pueda ser una mejor respuesta. Como sólo hay dos firmas en el modelo, esto podemos decirlo así: una cantidad q_i es estrictamente dominada si y sólo si no se cree que haya q_j tal que q_i sea la mejor respuesta de la empresa *i*. Ahora discutimos los dos primeros pasos de la iteración. *Primero*, nunca será para la firma *i* una mejor respuesta producir más que la cantidad de monopolio, $q_m = (a-c)/2$. Para apreciarlo, consideremos la función de mejor respuesta de 2: en la Figura 3, $R_2 (q_1)$ es igual a q_m cuando $q_1 = 0$ y disminuye con aumentos de q_1. Luego, para cualquier $q_j \geq 0$, si la empresa *i* cree que la empresa *j* elegirá q_j, entonces la mejor respuesta de *i* es menor o igual que q_m; no hay ningún q_j tal que la mejor respuesta de *i* supere q_m. *Segundo*, dada esta cota superior sobre la cantidad de la firma *j*, se puede derivar una cota inferior sobre la cantidad de la mejor respuesta de la firma *i*: si $q_j \leq (a-c)/2$, en tal caso $R_i (q_j) \geq (a-c)/4$, como muestra la mejor respuesta de 2 en la figura 3. Como se hizo antes, repitiendo estos argumentos se llega a la única cantidad $q_i^* = (a-c)/3$.

Para concluir esta sección vamos a modificar el modelo de Cournot de forma que la eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas no conduzca a una solución única. Para ello, simplemente agregamos una o más firmas al duopolio existente. Primero veremos que el primero de los pasos discutidos en el caso de duopolio se mantiene, pero que el proceso se termina allí. Luego, si hay más de dos firmas la eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas produce sólo la *predicción imperfecta* de que la cantidad de cada empresa no excederá la cantidad de monopolio (algo parecido a la Figura 1, cuando no se pueden eliminar estrategias mediante este procedimiento).

Para ser concretos, consideramos el caso de tres empresas. Denotamos como Q_{-i} la suma de las cantidades elegidas por firmas que no sean la *i*, y escribimos $\pi_i (q_i, Q_{-i}) = q_i (a - q_i - Q_{-i} - c)$ siempre que $q_i + Q_{-i} < a$ (en tanto que $\pi_i (q_i, Q_{-i}) = -cq_i$ si $q_i + Q_{-i} \geq a$). De nuevo es cierto que la cantidad de monopolio $q_m = (a-c)/2$ domina a cualquier cantidad superior. Es decir, para cualquier $x > 0$, $\pi_i (q_m, Q_{-i}) > \pi_i (q_m + x, Q_{-i})$ para todo $Q_{-i} \geq 0$, como en el primer paso del caso de duopolio. Como hay otras dos firmas además de la *i*, todo lo que podemos decir de Q_{-i} es que está entre cero y a-c, porque q_i y q_k están entre cero y $(a - c)/2$. Mas esto significa que no hay cantidad $q_i \geq 0$ que esté estrictamente dominada para la firma *i*, porque para cada q_i comprendida entre cero y $(a-c)/2$ existe un valor de Q_{-i} entre cero y a-c (a saber, $Q_{-i} = a - c - 2q_i$) tal que q_i resulta ser la mejor respuesta de *i* a Q_{-i}. Luego, no pueden eliminarse más estrategias.

Joseph Louis François Bertrand (1822-1900)
Bertrand Competition 7m.

3. Modelo del duopolio de Bertrand[4]

A continuación examinaremos un modelo diferente de cómo podrían interactuar dos duopolistas, basado en la sugerencia de Bertrand de que las empresas escogen los precios, en lugar de cantidades como en

[4] Joseph Bertrand, *Revue de Théorie Mathématique de la Richesse Sociale de Léon Walras et de Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses par Augustin Cournot* (Journal des Savants, 1883). English translation.

el modelo de Cournot. Es importante tener en cuenta que el modelo de Bertrand es un juego *diferente* que el modelo de Cournot: los espacios de estrategias son diferentes, las funciones de pago son diferentes, y (como se verá) el comportamiento de los equilibrios de Nash de ambos modelos es diferente. Algunos autores resumen estas diferencias haciendo referencia a los equilibrios de Cournot y Bertrand. Tal uso puede ser engañoso: se refiere a la diferencia entre los juegos de Cournot y Bertrand, y a la diferencia entre el comportamiento de equilibrio en estos juegos, no a una diferencia en el concepto de equilibrio usado en los juegos. *En ambos juegos, el concepto de equilibrio utilizado es el equilibrio de Nash ya definido.*

Consideremos el caso de productos diferenciados. Si las empresas 1 y 2 eligen precios p_1 y p_2, respectivamente, la cantidad que los consumidores demandan de la empresa i será

$$q_i\,(p_i, p_j) = a - p_i + b\,p_j,$$

donde $b>0$ refleja la medida en que los productos de las firmas i, j son sucedáneos. (Ésta es una función de demanda no realista porque la demanda por el producto de la firma i es positiva aunque la firma j cobre un precio arbitrariamente alto. Como se verá luego, el problema tiene sentido sólo cuando $b<2$.) Como hicimos en la discusión del modelo de Cournot, se supone que no hay costos fijos de producción y que los costos marginales son constantes en c, siendo $c<a$, y que las firmas eligen sus acciones (precios) en forma simultánea.

Al igual que antes, la primera tarea en el proceso de encontrar el equilibrio de Nash es traducir el problema en un juego en forma normal. También en este caso se trata de dos jugadores. Esta vez, sin embargo, las estrategias disponibles para cada empresa son los diferentes precios que podría cobrar, en lugar de las diferentes cantidades que podría producir. Vamos a suponer que los precios negativos no son factibles pero que puede ser cargado cualquier precio no negativo. No hay restricción a precios denominados en centavos, por ejemplo. Luego, el espacio estratégico de cada firma puede ser representado nuevamente como $S_i = [0, \infty)$, o sea los números reales no negativos, y una estrategia típica será una elección del precio, $p_i \geq 0$. Se supondrá de nuevo que la función de pagos de cada firma es su beneficio. El beneficio de la firma i cuando elige p_i y el rival elige p_j es

$$\pi_i\,(p_i, p_j) = q_i\,(p_i, p_j)\,[p_i - c] = (a - p_i + bp_j)\,[p_i - c].$$

Luego, el par de precios (p_1^*, p_2^*) es un equilibrio de Nash si, para cada firma i, p_i resuelve:

$$Máx._{0 \leq pi < \infty}\ \pi_i\,(p_i,\ p_j^*) = Máx._{0 \leq pi < \infty} (a - p_i + bp_j^*)\,[p_i - c].$$

La solución del problema de optimización de i es:

$$p_i^* = ½\,(a + bp_j^* + c).$$

Por lo tanto, para que el par (p_1^*, p_2^*) sea un equilibrio de Nash, se requiere:

$$p_1^* = ½\,(a + bp_2^* + c)$$

$$p_2^* = ½\,(a + bp_1^* + c).$$

La solución es la siguiente:

$$p_1^* = p_2^* = (a+c)/(2 - b).$$

3.1 *Más ejercicios de los modelos de Cournot y Nash*

1. Tómese el modelo del duopolio de Cournot con función inversa de demanda $P(Q)=a-Q$ y donde las empresas tienen costos marginales asimétricos: c_1 y c_2. ¿Cuál es el equilibrio de Nash si $0<c_i<a/2$ en cada firma? Analice el caso $c_1<c_2<a$ pero $2c_2>a+c_1$.

2. *Modelo de Bertrand con producto homogéneo* Suponga que la cantidad demandada a la firma i es $a-p_i$ cuando $p_i<p_j$, cero si $p_i>p_j$, y $(a-p_i)/2$ cuando $p_i=p_j$. Además, no hay costos fijos y los costos marginales son constantes en c, con $c<a$. Muestre que si las firmas eligen los precios en forma simultánea, el único equilibrio de Nash implica que ambas firmas cobrarán el precio c.

3.2 *Paradoja de Bertrand*[5]

Cuando las empresas cobran el mismo precio, las funciones de beneficio son discontinuas por lo cual se requiere usar las características del equilibrio de Nash para identificar la solución de Bertrand.

Teorema El EN del modelo de Bertrand ocurre sólo cuando $p_i=p_j=c$, siempre que $c<a$.

Demostración Consideremos las siguientes posibilidades relevantes cuando pi y p_j son positivos pero inferiores a $a>c$:

- $p_i>p_j>c$ No es un EN porque i puede aumentar su beneficio recortando su precio entre p_j y c (suponiendo que podemos trabajar con centavos).
- $p_i>p_j<c$ No es un EN porque $\pi_j<0$ y puede aumentar su beneficio cerrando.
- $p_i=p_j>c$ No es un EN porque cada firma puede aumentar su beneficio recortando su precio por debajo del de la rival y por encima de c.
- $p_i=p_j<c$ No es un EN porque $\pi_i<0$ y $\pi_j<0$. Ambas firmas pueden aumentar su beneficio cerrando.
- $p_i=p_j=c$ Es el equilibrio de Nash (EN) porque ninguna firma puede aumentar su beneficio cambiando el precio cobrado o cerrando.

Lo intuitivo del resultado es que las firmas continuarán recortando el precio hasta que éste iguale al costo marginal. Nótese que esto produce el resultado de competencia perfecta, $p=c$, $\pi_i=0$ (y además $Q=(a-c)$). La estática comparativa es la de competencia perfecta, o sea que el precio a largo plazo cambia con el costo marginal, y la producción de la industria aumenta al crecer la demanda y cae al crecer el costo marginal.

A continuación puede extenderse el modelo de Bertrand al caso de $n>2$. Es fácil verificar que el modelo de Bertrand con costos simétricos produce el resultado de competencia perfecta, siempre y cuando $n>1$. Es decir, la subvaloración de precios dará lugar a una competencia de precios tan feroz que sólo se necesitan 2 o más empresas para generar un resultado perfectamente competitivo que sea asignativamente eficiente. Nótese que este resultado es dramáticamente diferente al de Cournot, donde se requieren muchos competidores para que el

[5] Véase referencia en Victor J. Tremblay, *Quantity vs. Price Competition in Static Oligopoly Models*.

mercado sea eficiente en términos de asignación. Debido a este resultado extremo se lo llama la paradoja de Bertrand.

El resultado de Bertrand es paradójico, porque si el número de firmas pasa de uno a dos, el precio disminuye desde el precio de monopolio al precio competitivo y se mantiene al mismo nivel si el número de empresas aumenta aún más. Esto no es muy realista, puesto que en realidad, los mercados dotados de un pequeño número de empresas con poder de mercado suelen cobrar un precio superior al costo marginal. El análisis empírico muestra que en la mayoría de las industrias con dos competidores, hay ganancias positivas. Las soluciones a la paradoja intentan derivar soluciones que sean más acordes con las soluciones del modelo de Cournot, donde dos empresas en un mercado obtienen beneficios positivos que se encuentran en algún punto entre los niveles de competencia perfecta y el monopolio. La paradoja de Bertrand rara vez aparece en la práctica, ya que los productos reales son casi siempre diferenciados de alguna manera aparte del precio (por lo menos, nombre de marca); las empresas tienen limitaciones en su capacidad de fabricar y distribuir; y las empresas pocas veces tienen costos idénticos. Entre los factores que hacen a que esta paradoja no se aplique de forma estricta cabe citar la existencia de una capacidad máxima de producción y la diferenciación del producto.

4. *La opción Cournot vs Bertrand como variable endógena*

Desde la crítica de Bertrand a la obra de Cournot, es habitual que los economistas asuman que las soluciones al juego del oligopolio dependen críticamente de las variables estratégicas que se supone que las empresas utilicen. Por ejemplo, en el caso simple de un duopolio donde cada empresa produce a un costo constante b por unidad y donde la curva de demanda es lineal, $P = a - Q$, la competencia Cournot (por cantidad) da lugar en equilibrio al precio $P = (a + 2b)/3$, mientras que la competencia Bertrand (por precio) da lugar a $P = b$.

Kreps y Sheinkman (David M. Kreps y José A. Scheinkman, *Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes*, 1983) explican que hay más en la competencia de Bertrand que simplemente "competencia por precio". Es más fácil de explicar lo que significan mediante la revisión de las historias asociadas con Cournot y Bertrand. La historia Cournot se refiere a productores que simultánea e independientemente toman decisiones de cantidad de producción, y que luego llevan lo producido al mercado, con lo que el precio de mercado es el que iguala la oferta total a la demanda. La historia Bertrand, por otro lado, se refiere a productores que simultánea e independientemente formulan precios. La demanda es asignada al (a los) productor(es) de bajo precio, que luego produce(n) hasta la demanda que encuentra(n). Cualquier demanda insatisfecha va al (a los) productor(es) al segundo precio más bajo(s), etc.

Hay dos diferencias en estas historias: cómo se determina el precio (por un subastador de Cournot y por "competencia" de precios en Bertrand), y cuándo se supone que la producción debe tener lugar. Kreps y Sheinkman demuestran que el resultado Bertrand requiere competencia de precios y producción tras la determinación de la demanda. En concreto, sea el siguiente juego entre productores maximizadores del beneficio esperado: En una primera etapa, los productores deciden de manera independiente y al mismo tiempo cuánto van a producir, y la producción se lleva a cabo. A continuación, llevan estas cantidades al mercado, cada uno se entera de cuánto produjo el otro y realizan una competencia Bertrand en precios: se nombran precios simultánea e independientemente y la demanda se asigna à la Bertrand, con la condición de que no se puede satisfacer una mayor demanda que lo producido en la primera etapa.

Una forma equivalente de pensar en el juego es: Ambos productores establecen las capacidades de producción en la primera etapa. La demanda se determina entonces por competencia de precios Bertrand, y la producción se lleva a cabo a costo cero, sujeto a las limitaciones de capacidad generadas por las decisiones de la primera etapa. Es fácil ver que capacidades dadas de ambos productores y un comportamiento Bertrand de equilibrio en el segundo, no siempre conducirán a un precio que agote la capacidad. Pero cuando esas capacidades dadas correspondan a los niveles de producción Cournot, en la segunda etapa cada firma nombra precios Cournot. Y durante todo el juego, fijar la capacidad al nivel de producción Cournot es el único equilibrio resultante. Esto da una descripción más satisfactoria de un juego que genera resultados Cournot.

Efectivamente, carece de sentido discutir en abstracto si Cournot o Bertrand estaban en lo cierto; ésta es una cuestión empírica o una que se resuelve solamente apreciando los detalles del contexto en el que tiene lugar la interacción competitiva.

5. *Juegos Dinámicos de Información Completa y Perfecta*

En esta sección se analiza la siguiente categoría de juegos dinámicos con información completa (es decir, juegos en los que las funciones de pago de los jugadores son conocimiento común)[6] y perfecta (entendiendo por tal que en cada movimiento en el juego el jugador que va a jugar conoce la historia completa del desarrollo del juego hasta entonces): primero mueve el jugador 1, a continuación el jugador 2 observa el movimiento del jugador 1, luego el jugador 2 mueve y termina el juego. El juego de granadas siguiente pertenece a esta clase, al igual que el del duopolio Stackelberg y otros que ahora no analizaremos. El tema central en todos los juegos dinámicos es la *credibilidad*.

Como ejemplo de una amenaza no creíble, tomen el siguiente juego de dos movimientos. Primero, el jugador 1 elige entre darle $ 1.000 al jugador 2 y no darle nada. Segundo, el jugador 2 observa la jugada del jugador 1 y luego decide si hará explotar o no una granada que los matará a ambos. Además, el jugador 2 amenaza con explotar la granada a menos que el jugador 1 le pague los $ 1.000. Si el jugador 1 cree en la amenaza, entonces la mejor respuesta del jugador 1 es pagar los $ 1,000. Sin embargo, el jugador 1 no debería creer la amenaza, porque es increíble: si el jugador 2 tuviera la oportunidad de llevar a cabo la amenaza, el jugador 2 podría optar por no llevarla a cabo. De este modo, el jugador 1 no debería pagar nada al jugador 2 (el jugador 1 podría preguntarse si un oponente que amenaza con explotar una granada está en sus cabales o no. Modelamos estas dudas como información incompleta, - el jugador 1 no está seguro acerca de la función de pagos del jugador 2). También se obtendrá el resultado análogo en el modelo de negociación de Rubinstein (1982), aunque este juego tiene una secuencia potencialmente infinita de jugadas y así no pertenece a la clase anterior de juegos.

---

[6] Un elemento de información en un juego es de *conocimiento común* si todos los jugadores lo conocen (es conocimiento mutuo) y todos los jugadores saben que todos los demás jugadores lo saben y todos los otros jugadores saben que todos los demás jugadores saben que todos los demás jugadores saben, y así sucesivamente.

Posteriormente estudiaremos los *juegos repetidos*, en los que un grupo fijo de jugadores juega repetidamente un juego dado, con los resultados de todas las jugadas anteriores a la vista antes de que comience la siguiente jugada. El tema del análisis es que las *amenazas* y *promesas (creíbles*) sobre el comportamiento futuro pueden influir sobre el comportamiento actual. Se definirá un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos para juegos repetidos y se lo relacionará con los resultados de inducción retrógrada y de perfección en subjuegos definidos en las secciones previas.

5.1 *Jugando en juegos con información completa y perfecta: inducción retrógrada*

El juego de las granadas pertenece a la siguiente clase de juegos de información completa y perfecta:

- ✓ 1. El jugador 1 elige una acción a_1 del conjunto factible A_1;
- ✓ 2. El jugador 2 observa a_1 y elige una acción a_2 del conjunto factible A_2.
- ✓ 3. Los pagos resultan $u_1 (a_1, a_2)$ y $u_2 (a_1, a_2)$.

Hay muchos problemas económicos que son adecuados a esta descripción. El modelo de Stackelberg puede plantearse en tales términos. Otros problemas económicos pueden ser modelados permitiendo secuencias más largas de acciones, ya sea agregando más jugadores o permitiendo que los jugadores muevan sus fichas más de una vez. (El modelo de negociación de Rubinstein, que analizamos antes, es un ejemplo del último tipo.) Las características centrales de un juego dinámico de información completa y perfecta son que (i) las jugadas ocurren secuencialmente, (ii) todas las jugadas previas son observadas antes de elegir la próxima jugada, y (iii) los pagos a los jugadores resultantes de cada combinación de jugadas factibles son de conocimiento común.

Resolvemos un juego de este tipo mediante inducción retrógrada, de la manera siguiente. Cuando le toca el turno al jugador 2 en la segunda etapa del juego, enfrentará el siguiente problema, dada la acción a_1 elegida previamente por el jugador 1:

$$Máx._{a_2 \in A_2}\ u_2 (a_1, a_2).$$

Supongan que para todo $a_1 \in A_1$, el problema de optimización del jugador 2 tiene solución única, que denotaremos como $R_2 (a_1)$. Ésta es la reacción de 2 (o *mejor respuesta*) a la acción del jugador 1. Como el jugador 1 puede resolver el problema de 2 tan bien como lo puede hacer éste, el jugador 1 debería anticipar la reacción de 2 a cada acción a_1 que él podría tomar, con lo cual el problema de 1 en la primera etapa consiste en

$$Máx._{a_1 \in A_1}\ u_1 (a_1, R_2 (a_1))$$

Supongamos que este problema de optimización del jugador 1 también tiene solución única, y la denotamos como a_1^*. Denominamos *solución de inducción retrógrada* del juego a $(a_1^*, R_2 (a_1^*))$. La solución de inducción retrógrada no implica amenazas no creíbles: el jugador 1 anticipa que el jugador 2 responderá de forma óptima a cualquier acción a_1 que tome 1, jugando $R_2 (a_1)$; el jugador 1 no otorga crédito a amenazas del jugador 2 de responder de una forma que no sería del propio interés de 2 al tocarle jugar en la segunda etapa.

Más adelante veremos que lo que hemos planteado mediante las condiciones 1-3 en forma verbal es, precisamente, la *representación en forma extensiva* del juego. Vamos a vincular ambas representaciones (extensiva y normal) entre sí, pero a menudo encontraremos que en los juegos dinámicos es más conveniente la representación en forma extensiva. También definiremos un equilibrio de Nash perfecto en subjuego (un equilibrio de Nash es perfecto en subjuego si no implica amenazas no creíbles, en un sentido que vamos a precisar). Se hallará que puede haber múltiples equilibrios de Nash en un juego dentro de la clase definida por (1)-(3), pero que *el único equilibrio perfecto de Nash en subjuego es el equilibrio asociado con el resultado de inducción retrógrada*. Ello da pie a reflexionar que algunos juegos tienen múltiples equilibrios de Nash pero tienen un equilibrio que aparece como la solución convincente del juego.

5.2 *Modelo del duopolio de Stackelberg* [7]

Stackelberg propuso un modelo dinámico del duopolio en el que una empresa dominante (o líder) mueve primero y una firma subordinada (o seguidora) mueve en segundo término. En algunos momentos de la historia de la industria automotriz de EE.UU., por ejemplo, General Motors pareció jugar un papel de líder. (Es sencillo extender lo que sigue para permitir más de una firma seguidora, como Ford, Chrysler, etc.). Siguiendo a Stackelberg, vamos a desarrollar el modelo bajo el supuesto de que las empresas eligen cantidades, como en el modelo de Cournot (donde las opciones de las empresas son simultáneas, en lugar de secuenciales como en este caso). Dejamos como ejercicio desarrollar el análogo modelo secuencial en el que las empresas eligen precios, como lo hacen (al mismo tiempo) en el modelo de Bertrand.

La sincronización del juego es como sigue: (1) la empresa 1 (el *duopolista sofisticado*) elige una cantidad $q_1 \geq 0$; (2) la firma 2 observa q_1 y luego elige una cantidad $q_2 \geq 0$; (3) el pago a la empresa i está dado por la función de pago $\pi_i (q_i, q_j)= q_i [P (Q) - c]$, donde $P (Q) = a- Q$ es el precio de equilibrio del mercado cuando la cantidad agregada en el mercado es $Q = q_1 + q_2$, y c es el costo marginal constante de producción (los costos fijos son cero).

Para obtener el resultado por inducción retrógrada del juego, en primer lugar computamos la función de reacción de la firma 2 a una cantidad arbitraria de la firma 1. $R_2 (q_1)$ resuelve

$$Máx._{q_2 \geq 0} \pi_2 (q_1, q_2) = Máx._{q_2 \geq 0} q_2 [a - q_1 - q_2 - c],$$

que tiene el resultado $R_2 (q_1)=(a - q_1 - c)/2$, siempre que $a - c>q_1$. Esta misma ecuación para $R_2 (q_1)$ apareció en el análisis que hicimos del juego de Cournot con jugadas simultáneas (ver página 5). Lo diferente es que aquí, $R_2 (q_1)$ es la *verdadera* reacción de la firma 2 a las cantidades observadas de la firma 1, mientras que en el análisis de Cournot $R_2 (q_1)$ es la mejor respuesta de la firma 2 que se supone elige su cantidad en forma simultánea con la firma 1.

Como la firma 1 puede resolver el problema de la firma 2 de la misma forma en que lo hace la firma 2, la firma 1 debería anticipar que la elección de cantidad q_1 será la reacción $R_2(q_1)$. Luego, el problema de la firma 1 en la primera etapa del juego consiste en

$$Máx._{q_1 \geq 0} \pi_1 (q_1, R_2 (q_1)) = Máx._{q_1 \geq 0} q_1 [a - q_1 - R_2 (q_1) - c] =$$

$$= Máx._{q_1 \geq 0} q_1 (a - q_1 - c)/2.$$

Esto proporciona la solución por inducción retrógrada $q_1^* = (a - c)/2$ y $R_2 (q_1^*)= (a - c)/4$.[8]

---

[7] Heinrich Freiherr von Stackelberg, *Marktform und Gleichgewicht* (Estructura de Mercado y Equilibrio), Viena, 1934.

Recuerden que en el juego de Cournot el equilibrio de Nash implica que cada firma produce *(a-c)/3*. Luego, la cantidad agregada del resultado por inducción retrógrada del juego de Stackelberg, a saber *3(a-c)/4*, es mayor que la cantidad agregada del equilibrio de Nash del juego de Cournot, *2(a-c)/3*, por lo que el precio de equilibrio será más bajo en el juego de Stackelberg. Sin embargo, en el juego de Stackelberg la firma 1 podría haber elegido su cantidad de Cournot *(a-c)/3*, en cuyo caso la firma 2 habría respondido con su cantidad de Cournot. Luego, en el juego de Stackelberg la firma 1 podría haber conseguido su beneficio Cournot pero decidió hacer otra cosa, por lo tanto el beneficio de la firma 1 en el juego de Stackelberg debe ser mayor que su beneficio en el juego de Cournot. Pero como el precio de equilibrio es más bajo en el juego de Stakelberg, los beneficios agregados deben ser más reducidos, con lo cual el hecho de que la firma 1 esté mejor implica que la firma 2 quedará peor en el juego de Stakelberg, en comparación con el juego de Cournot.

La observación de que la firma 2 queda peor en el juego de Stackelberg que en el de Cournot ilustra una importante *diferencia entre los problemas unipersonales de decisión y multipersonales. En teoría de la decisión unipersonal, tener más información nunca puede implicar que el decisor quede peor. En teoría de los juegos, sin embargo, tener más información (o, más precisamente, que otros jugadores sepan que uno tiene más información) puede hacer que un jugador termine peor.*

En el juego de Stackelberg, la información en cuestión es la cantidad de la firma 1: la firma 2 está informada de q_1 y (tan importante como lo anterior) la firma 1 está informada que la firma 2 está informada de q_1. Para apreciar el efecto de esta información, consideren el juego modificado de jugadas secuenciales en que la firma 1 elige q_1, después de lo cual la firma 2 elige q_2 pero lo hace sin observar q_1. Si la firma 2 cree que la firma 1 eligió su cantidad de Stackelberg q_1^*, la mejor respuesta de la firma 2 es, de nuevo, $R_2(q_1) = (a-c)/4$. Pero si la firma 1 anticipa que la firma 2 mantendrá esta creencia y elegirá por lo tanto esta cantidad, la firma 1 preferiría su mejor respuesta a *(a-c)/4* – a saber, *3(a-c)/8* – en lugar de su cantidad de Stackelberg *(a-c)/2*. Por lo tanto, la firma 2 no debería creer que la firma 1 haya elegido su cantidad de Stackelberg. Más bien, el único equilibrio de Nash de este juego modificado de jugadas secuenciales es que ambas firmas elijan la cantidad *(a – c)/3* – precisamente el equilibrio de Nash del juego de Cournot, donde las empresas mueven simultáneamente. Por lo tanto, que la empresa 1 sepa que la empresa 2 conoce q_1 lastima a la empresa 2. Esto ejemplifica que en un juego en forma normal los jugadores eligen sus estrategias en forma simultánea, pero que esto no implica que *actúen* simultáneamente. Es suficiente que cada cual elija sus acciones sin saber la elección del otro.

Las empresas pueden mantener una competencia de Stackelberg si una de ellas tiene algún tipo de ventaja que le permite *hacer la primera jugada*. En general, el líder debe poseer po-

---

[8] Así como "equilibrio de Cournot" y "equilibrio de Bertrand" por lo general se refieren a los equilibrios de Nash de los juegos de Cournot y Bertrand, las referencias al "equilibrio de Stackelberg" a menudo significan que el juego es secuencial - en lugar de uno de movimientos simultáneos. Como se ha señalado en el apartado anterior, sin embargo, los juegos de movimientos secuenciales a veces tienen múltiples equilibrios de Nash, solamente uno de los cuales está asociado con el resultado por inducción retrógrada del juego. Por lo tanto, "equilibrio de Stackelberg" puede referirse tanto a la naturaleza de jugadas secuenciales del juego como al uso de un concepto de solución más fuerte que un simple equilibrio de Nash.

der para comprometerse. Hacer la primera jugada es una forma obvia de compromiso: una vez que el líder tomó una acción no puede deshacerla – está comprometido a realizarla.[9]

6. *Juegos de información completa e imperfecta*

Ahora enriquecemos la clase de juegos analizados en la sección anterior. Al igual que en los juegos dinámicos con información completa y perfecta, seguimos suponiendo que el juego se desarrolla en una secuencia de etapas, con los movimientos en todas las etapas anteriores observados antes de que comience la siguiente. A diferencia de los juegos analizados en la sección anterior, sin embargo, ahora permitimos que haya movimientos simultáneos dentro de cada etapa. La *simultaneidad* de movimientos dentro de las etapas significa que los juegos analizados en esta sección tienen información imperfecta. No obstante, estos juegos comparten características importantes con los juegos perfectos en la información considerados en la sección anterior.

Vamos a analizar el siguiente sencillo juego, que llamaremos *juego en dos etapas de información completa pero imperfecta*:

- ✓ 1. Los jugadores 1 y 2 eligen simultáneamente acciones a_1 y a_2 de los conjuntos factibles A_1 y A_2, respectivamente.
- ✓ 2. Los jugadores 3 y 4 observan los resultados de la primera etapa, (a_1, a_2) y, a continuación, eligen de forma simultánea las acciones a_3 y a_4 a partir de conjuntos factibles A_3 y A_4, respectivamente.
- ✓ 3. Los pagos son $u_i (a_1, a_2, a_3, a_4)$ para $i = 1, 2, 3 , 4$.

Se resuelve un juego de esta clase mediante el uso de un enfoque de espíritu similar a la inducción retrógrada, pero esta vez el primer paso para trabajar desde el final del juego hacia adelante consiste en resolver un juego real (el juego de movimientos simultáneos entre los

---

[9] Si, después de que el líder ha seleccionado su cantidad de equilibrio, el seguidor se desviase del equilibrio y optase por alguna cantidad no óptima, no sólo se haría daño a sí mismo, sino que también podría perjudicar al líder. Si el seguidor eligiese una cantidad mucho mayor que su mejor respuesta, el precio de mercado bajaría y y los beneficios del líder caerían en picada, tal vez por debajo de nivel de beneficios de Cournot. En este caso, el seguidor podría anunciar al líder antes de que el juego comience que, a menos que el líder elija una cantidad de equilibrio Cournot, el seguidor elegiría una cantidad distinta que reducirá sustancialmente las ganancias del líder. Después de todo, la cantidad elegida por el líder en equilibrio sólo es óptima si el seguidor también juega en equilibrio. El líder, sin embargo, no corre ningún peligro. Una vez que el líder ha elegido su cantidad de equilibrio, sería irracional que el seguidor se desvíe demasiado, ya que también se vería perjudicado. Una vez que el líder ha elegido, el seguidor estará mejor jugando en la trayectoria de equilibrio. Por lo tanto, tal amenaza del seguidor no sería creíble.

Hacer la primera jugada le da al líder una ventaja crucial. También está la importante *hipótesis de información perfecta* del juego Stackelberg: el seguidor *debe observar* la cantidad elegida por el líder, de lo contrario el juego se reduce a Cournot. Si el seguidor no puede observar el movimiento del líder, ya no es irracional que el seguidor elija, por ejemplo, un nivel Cournot de cantidad (de hecho, ésta es la acción de equilibrio). Sin embargo, se requiere que haya información imperfecta y el seguidor sea incapaz de observar el movimiento del líder, ya que es irracional que el seguidor no observe, si lo puede hacer una vez que el líder ha jugado. Si puede observar, lo hará para poder tomar la decisión óptima. Toda otra amenaza hecha por el seguidor afirmando que no va a observar, incluso si lo puede hacer, es increíble. Este es un ejemplo de que un exceso de información puede dañar al jugador. En competencia Cournot, la simultaneidad del juego (la imperfección del conocimiento) es lo que da lugar a que ninguno de los jugadores (*caeteris paribus*) esté en desventaja.

jugadores 3 y 4 en la etapa dos, dado el resultado de la etapa uno) en lugar resolver un problema de optimización de una sola persona como en la sección anterior. Para simplificar, se supondrá que para cada resultado factible del juego de la primera etapa, (a_1, a_2), el juego restante de la segunda etapa entre los jugadores 3 y 4 tiene un único equilibrio de Nash, denotado $(a_3^*(a_1, a_2), a_4^*(a_1, a_2))$.

Si los jugadores 1 y 2 anticipan que el comportamiento de los jugadores 3 y 4 será $(a_3^*(a_1, a_2), a_4^*(a_1, a_2))$, entonces la interacción de la primera etapa entre los jugadores 1 y 2 consistirá del siguiente juego de movimientos simultáneos:

- ✓ 1. Los jugadores 1 y 2 eligen simultáneamente acciones a_1 y a_2 de los conjuntos factibles A_1 y A_2, respectivamente.
- ✓ 2. Los pagos son $u_i(a_1, a_2, a_3(a_1, a_2), a_4(a_1, a_2))$ para $i = 1, 2$.

Supongan que (a_1^*, a_2^*) es el único equilibrio de Nash de este juego de movimientos simultáneos. Diremos que $(a_1^*, a_2^*, a_3^*(a_1^*, a_2^*), a_4^*(a_1^*, a_2^*))$ es el *resultado perfecto en subjuego* de este juego en dos etapas. Este resultado es el análogo natural del resultado por inducción retrógrada en los juegos de información completa y perfecta, y la analogía se aplica tanto al atractivo como a las características poco atractivas de este último. Los jugadores 1 y 2 no deberían creer en una amenaza de los jugadores 3 y 4 que estos últimos responderán con acciones que no son un equilibrio de Nash en el juego de la segunda etapa restante, porque cuando el juego llegue realmente a la segunda etapa, al menos, uno de los jugadores 3 y 4 no querrá llevar a cabo tal amenaza (precisamente porque no es un equilibrio de Nash del juego que queda en esa etapa). Por otra parte, supongan que el jugador 1 también es el jugador 3, y que el jugador 1 no juega a_1^* en la primera etapa: en tal caso, el jugador 4 podría entonces reconsiderar que el jugador 3 (es decir, el jugador 1) juegue $a_3^*(a_1, a_2)$ en la segunda.

6.1 *Torneos*

Entre los varios ejemplos que pueden darse para juegos de esta clase, analizaremos los equilibrios de torneos, por ejemplo la competencia entre varios vice-presidentes de una firma para ser el próximo presidente. La teoría del torneo es una teoría utilizada para describir ciertas situaciones donde las diferencias salariales no se basan en la productividad marginal, sino en cambio en diferencias relativas entre los individuos. Esta teoría fue desarrollada por Edward Lazear y Sherwin Rosen, en *Rank-Order Tournaments as Optimum Labor Contracts*, 1981. Esta teoría ha sido aplicada en diversos campos, por ejemplo en los deportes profesionales y a la práctica legal, como luego veremos.

Supongan que hay dos trabajadores y su jefe. El trabajador i ($i=1$ o 2) produce el producto $Y_i = e_i + \varepsilon_i$, donde e_i es esfuerzo y ε_i es ruido. La producción tiene lugar de la siguiente manera. En primer término, los trabajadores eligen en forma simultánea niveles de esfuerzo nonegativos: $e_i \geq 0$. En segundo término, los términos de ruido proceden en forma independiente de una función de densidad $f(\varepsilon)$ con media igual a cero. En tercer término, se puede observar lo producido por los trabajadores pero no así su nivel de esfuerzo. Luego, el salario de los trabajadores dependerá de lo producido pero no de su esfuerzo (al menos directamente).

Supongan ahora que el jefe decide inducir al esfuerzo a los trabajadores haciendo que compitan en un torneo como el analizado por Lazear y Rosen. El salario ganado por el ganador (es decir, el trabajador de mayor productividad) será w_H, el del perdedor será w_L. El pago resultante a un trabajador que gana el salario w e invierte un esfuerzo e es $u(w, e) = w - g(e)$, donde la desutilidad del esfuerzo $g\ (e)$ es una función creciente ($g'(e)>0$) y convexa ($g''(e)>0$). El pago al jefe es $y_1 + y_2 - w_H - w_L$.

Ahora vamos a replantear lo expresado en términos de un juego como el introducido en el apartado introductorio. El jefe es el jugador 1, y su acción a_1 será elegir los salarios a pagar en el torneo, w_H y w_L. No hay un jugador 2. Los trabajadores son los jugadores 3 y 4, que observan los salarios elegidos en la primera etapa y luego eligen en forma simultánea acciones a_3 y a_4, a saber sus niveles de esfuerzo e_1 y e_2. (Después consideraremos la posibilidad de que, teniendo en cuenta los salarios elegidos por el jefe, los trabajadores prefieran no participar en el torneo y en cambio acepten un empleo alternativo.) Por último, los pagos de los jugadores son como se detallaron anteriormente. Dado que las producciones (y así también los salarios) son funciones no sólo de las acciones de los jugadores, sino también de las condiciones de ruido ε_1 y ε_2, trabajamos con los *pagos esperados* de los jugadores.

Uno puede preguntarse ¿por qué introducir un torneo laboral interno en la empresa? Hay buenas razones. El esfuerzo individual es difícil de observar. Filtrar el ruido para determinar el esfuerzo del trabajador es *costoso*, y empresas que buscan minimizar costos pueden verse obligadas a reducir la observación del esfuerzo del trabajador. Esto promueve el problema del *riesgo moral* de incumplimiento laboral en las estructuras basadas en incentivos salariales. Vinculando los premios a la producción, más que al pronóstico del esfuerzo, el torneo fomenta la competencia, desestabilizando equilibrios con incumplimiento laboral.

Supongan que el jefe eligió salarios w_H y w_L. Si el par de esfuerzos (e_1, e_2) fuera un equilibrio de Nash del juego remanente entre los jugadores, entonces, para cada i, e_i debería maximizar el salario esperado neto de la desutilidad del esfuerzo: e_1^* debe resolver

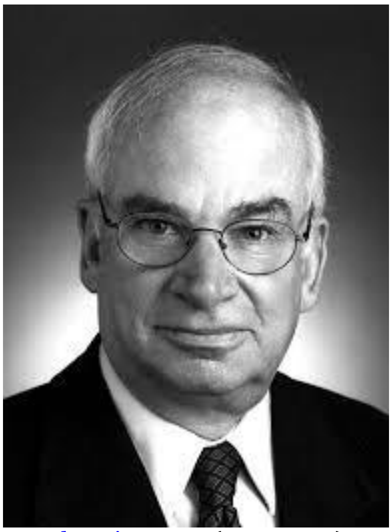
$$Máx._{e_i \geq 0}\ w_H\ Prob\ \{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} + w_L\ Prob\ \{y_i(e_i) \leq y_j(e_j^*)\} - g\ (e_i) =$$

$$= (w_H - w_L)\ Prob\ \{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} + w_L - g\ (e_i), \qquad [2]$$

donde $y_i = e_i + \varepsilon_i$ (y donde también se hace uso de que $Prob\ (u) + Prob\ (\sim u) = 1$). La condición de primer orden de [2] es:

$$(w_H - w_L)\partial[Prob\{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\}]/\partial e_i = g'(e_i). [3]$$

Esto es, el trabajador i elige e_i de tal forma que la desutilidad marginal del esfuerzo extra ($g'(e_i)$) sea igual al beneficio marginal del esfuerzo extra, que resulta igual al producto del beneficio salarial de ganar el torneo $w_H - w_L$ por el incremento marginal en la probabilidad de ganarlo.



Sherwin Rosen (1938-2001)
"Como la paradoja de Giffen no es útil para comprender la experiencia irlandesa, ¿es mucho pedir que los futuros escritores de textos elementales busquen otro ejemplo? Las ficciones no tienen cabida en la enseñanza de la economía" (Potato Paradoxes, 1999)

Regla de Bayes Esta regla facilita una fórmula para $P\ (A|B)$, la probabilidad (condicional) de que ocurra el evento A dado que ocurrió el evento B. Si llamamos $P(A)$, $P(B)$ y $P(A, B)$ a las probabilidades *a priori* (esto es, las probabilidades antes de que A o B tuvieran una chance de ocurrir) de que ocurra A, de que ocurra B, y de que tanto A y B ocurran, respectivamente, el teorema de Bayes afirma que $P(A|B) = P(A, B) / P(B)$. Es decir, la probabilidad condicional de A dado B es igual a la probabilidad de que ambos A y B ocurran, dividido por la probabilidad *a priori* de que ocurra B.

Aplicando ahora la regla de Bayes:

$$Prob\ \{y_i(e_i) > y_j(e_j^*)\} = Prob\ \{\varepsilon_i > e_j^* + \varepsilon_j - e_i\} =$$

$$= \int_{\varepsilon j} Prob\ \{\varepsilon_i > e_j^* + \varepsilon_j - e_i\ |\varepsilon_j\}\, f(\varepsilon_j)\, d\varepsilon_j =$$

$$= \int_{\varepsilon j} [1 - F(e_j^* + \varepsilon_j - e_i)]\, f(\varepsilon_j)\, d\varepsilon_j,$$

Con lo cual la CPO se transforma en

$$(w_H - w_L) \int_{\varepsilon j} [1 - F(e_j^* + \varepsilon_j - e_i)]\, f(\varepsilon_j)\, d\varepsilon_j = g'(e_i).$$

En un equilibrio de Nash simétrico (donde $e_1^* = e_2^* = e^*$), se tiene

$$(w_H - w_L) \int_{\varepsilon j} f(\varepsilon_j)^2\, d\varepsilon_j = g'(e^*) \qquad [4]$$

Dado que $g(e)$ es convexa, un premio mayor por ganar el torneo (un mayor valor de $w_H - w_L$) induce a un mayor esfuerzo, tal como suena intuitivamente. Por otro lado, con un premio constante, no es rentable trabajar duro cuando el producido es muy ruidoso, porque el resultado del torneo es probable que esté determinado por la *buena suerte* más que por el esfuerzo. Por ejemplo, si ε está distribuido normalmente con varianza σ^2, en tal caso

$$\int_{\varepsilon j} f(\varepsilon_j)^2\, d\varepsilon_j = (2\sigma\sqrt{\pi})^{-1},$$

que disminuye a medida que aumenta σ, por lo que e^* disminuye al aumentar σ.

Ahora trabajamos hacia atrás con la primera etapa del juego. Supongamos que si los trabajadores están de acuerdo en participar en el torneo (en lugar de aceptar un empleo alternativo) entonces van a responder a los salarios w_H y w_L jugando el equilibrio de Nash simétrico caracterizado por [4]. Supongamos también que las oportunidades de empleo alternativo de los trabajadores proporcionarían la utilidad U_a. Dado que en el equilibrio de Nash simétrico cada trabajador gana el torneo con una probabilidad igual a un medio ($Prob\ \{y_i(e^*) > y_j(e^*)\} = ½$), si el jefe tiene la intención de inducir a los trabajadores a participar en el torneo, deberá elegir salarios que satisfagan lo siguiente:

$$½ w_H + ½ w_L - g(e^*) \geq U_a. \qquad [5]$$

Supongamos que U_a es lo suficientemente reducido dado que el jefe busca inducir a los trabajadores a participar en el torneo, por lo que elegirá salarios para maximizar el beneficio esperado, $2e^* - w_H - w_L$, sujeto a [5]. En el óptimo, [5] rige como una igualdad:

$$w_L = 2\ U_a + 2\ g(e^*) - w_H \qquad [6]$$

El beneficio esperado se transforma entonces en $2\ e^* - 2\ U_a - 2\ g(e^*)$, y el jefe deseará elegir salarios tales que el esfuerzo inducido, e^*, maximice $e^* - g(e^*)$. El esfuerzo óptimo inducido satisface así la condición de primer orden $g'(e^*) = 1$. Sustituyendo en [4], implica que el premio óptimo $w_H - w_L$ resuelve

$$(w_H - w_L) \int_{\varepsilon j} f(\varepsilon_j)^2 \, d\varepsilon_j = 1,$$

y ahora la ecuación [6] determina el margen $w_H - w_L$.

Un punto crucial del modelo de Lazear y Rosen es que esto hace referencia a un "torneo de orden de rango," de comparaciones puramente relativas. *El margen de victoria es irrelevante; simplemente hay un ganador y un perdedor*. Con suficiente información, los trabajadores que compiten entre sí pueden condicionar su esfuerzo para maximizar su utilidad esperada de participar en el torneo. Lazear y Rosen concluyen que esta decisión de esfuerzo se basa en las diferencias de premios de torneos (la diferencia entre los premios de los ganadores y los perdedores) en lugar de sus niveles absolutos; aumentar el *diferencial* motiva mayor esfuerzo en equilibrio.

La naturaleza de "orden de rango" del torneo presenta un *problema potencial* para las empresas, ya que puede promover acciones desesperadas de los trabajadores que comienzan a quedarse atrás. Debido a que los premios son determinados a priori, y las señales de producción se comparan una con otra, los trabajadores que prevén marcas de producción reducidas pueden asumir riesgos excesivos (una estrategia de "Ave María!") con la esperanza de saltar por delante del favorito. Tales acciones pueden ser un problema para las empresas que corren torneos con potencial de previsión del rendimiento.

6.2 Aplicaciones

Una de las áreas que han sido objeto de diversos análisis es la gran firma corporativa legal americana. Marc Galanter y Thomas Palay han sintetizado el alcance de estas formaciones empresariales que han tenido una evolución muy significativa en el siglo XX (ver *Tournament of Lawyers: The Transformation of the Big Law Firm*, 1991). Marc Galanter y William Henderson, en *The Elastic Tournament: The Second Transformation of the Big Law Firm*, (2008), actualizaron este diagnóstico para el período más reciente. Usando una amplia gama de pruebas empíricas que abarcan los últimos 30 años, sus resultados corroboran algunos de los conceptos teóricos básicos del "Torneo de abogados". En virtud de un nuevo modelo, que denominan *torneo elástico,* el núcleo de capital queda reservado principalmente a los socios que controlan el acceso a los clientes clave. Esta estructura reduce los subsidios cruzados entre abogados con valor diferencial para la empresa, reduciendo así el potencial de deserciones laterales a gran escala. Sin embargo, esta participación reducida de riesgos y beneficios al mismo tiempo crea un entorno en el que se hace más costoso – a nivel de cada abogado – adherir fielmente a los principios profesionales y éticos que entran en tensión con los objetivos del cliente.

R. G. Ehrenberg y M. L. Bognanno, en *Do tournaments have incentive effects?* (1990) proporcionan evidencia empírica a favor de los torneos laborales como fuente de productividad, a cuyo efecto analizan torneos de la Professional Golf Association (PGA) y hallan evidencia suficiente como para afirmar que el nivel y la estructura de premios resultan significativos en mejorar la performance de los jugadores. Por ejemplo, un aumento de U$S 100,000 en el total de los premios (con una distribución siempre fuertemente sesgada hacia los golfistas de menor puntuación) motiva un aumento del esfuerzo que produce una disminución promedio de 1,1 golpes durante los cuatro días del torneo. Por otra parte, en la ronda final, los jugadores de golf en la pelea por los premios mayores muestran puntuaciones consistentemente más bajas que los que están más atrás en el campo competitivo. Debido a que el monto del premio está siempre fuertemente sesgado hacia la parte superior del ranking, los candidatos mayores se enfrentan a un premio diferencial más grande. La importancia empírica del 4º día de clasificación sugiere que este diferencial afecta las decisiones de esfuerzo de los golfistas.

Charles R Knoeber y Walter N. Thurman, en *Testing the Theory of Tournaments: An Empirical Analysis of Broiler Production* (1994) examinan datos empíricos de los granjeros de pollos para asar de Carolina del Norte. Estos agricultores firman contratos con distribuidores que utilizan un torneo de orden de rango como una forma de seguro contra shocks exógenos en la calidad del pollo. En el estudio se concluye que los cambios en el nivel de los premios que no alteran las diferencias de precios no motivan cambio alguno en la producción de pollo (y, se da a entender, en el esfuerzo agricultor).

Brian G. M. Main, Charles A. O'Reilly III y James Wade, en *Top Executive Pay: Tournament or Teamwork?* (1993) utilizan el modelo de torneo para explicar la compensación ejecutiva. (La *compensación ejecutiva* es el salario que reciben los empleados superiores de las grandes empresas. Esta compensación puede venir en muchas formas, como ser salario base, opciones sobre acciones o bonos por desempeño.) Los autores estiman que la promoción de vicepresidente corporativo a presidente constituye un aumento de ganancias de por vida de U$S 6,2 millones. Sus regresiones sugieren que el tamaño de este incremento salarial está positivamente correlacionado con el número de vicepresidentes que compiten por la posición. Que esta correlación persista incluso después de controlar por los atributos específicos de la empresa apoya firmemente el argumento de que los pagos a ejecutivos son premios de un torneo en lugar de una compensación por el valor agregado.

Timothy H. Shapiro (*Testing for Tournaments in Large Corporate Law Firms*, 2007) constata por su parte que el gran bufete de abogados de EE.UU. ofrece un escenario fructífero para la observación de torneos de mano de obra. Estas empresas están a cargo de los socios, propietarios fraccionarios que se dividen las ganancias entre sí. Emplean a otros abogados más jóvenes, como colaboradores asalariados para trabajar en su nombre. La trayectoria profesional de un graduado de la facultad de derecho al entrar en una de estas empresas consiste en trabajar como colaborador de 7 a 10 años y luego se le ofrece o bien la asociación formal o la salida (una tradición conocida como política de "arriba-o-fuera"). La competencia entre los colaboradores para realizar este salario diferido (a través de la promoción) impulsa el esfuerzo. El modelo teórico del torneo en el trabajo afirma que la brecha entre la compensación del colaborador y del socio determina el esfuerzo del trabajador, y debe estar inversamente relacionada con la probabilidad de asociarse (la facilidad de ganar el premio), para cualquier nivel de esfuerzo determinado. El mensaje clave del documento de Rosen y Lazear es que, si los trabajadores son neutrales al riesgo, sistemas de salarios basados en el rango del trabajador inducen la misma asignación eficiente de recursos que un programa de remuneración de incentivos basado en los niveles individuales de producción. Esto implica que el pago en base a la posición jerárquica (por ejemplo, si uno es un colaborador o un socio en el bufete de abogados) puede alcanzar el mismo equilibrio eficiente que la compensación directa por el esfuerzo y la producción realizada. Según Shapiro, los resultados de las regresiones empíricas corridas apoyan la hipótesis de que existe tal equilibrio en estas empresas.

El conocimiento de que se trata de un torneo, de que el sueldo actual no está directamente vinculado con el producto marginal, proporciona información valiosa a los asociados que actualmente trabajan en esas firmas o planean unirse en el futuro. Los resultados del estudio indican que existe una relación *inversa* entre la brecha salarial de una empresa y sus perspectivas de promoción de la asociación, después de controlar por otros factores relevantes. Esto es consistente con la teoría del torneo, que afirma que tanto el diferencial de salarios y la probabilidad de promoción aumentan la utilidad esperada del colaborador de trabajar en la empresa, y por lo tanto su nivel de esfuerzo que maximiza su utilidad. Controlando por esfuerzo, los dos incentivos suponen una relación inversa, de acuerdo con la teoría (una relación observada en los datos).

En *The Law Firms Working Group - Associates, Partners, & Tournament Theory* (2006) Keith Buckley recopiló bibliografía sobre este fenómeno.

7. Salarios de eficiencia

En los modelos de salarios de eficiencia, la productividad del personal de una empresa depende del salario que paga la empresa. En el contexto de los países en desarrollo, los salarios más altos podrían conducir a una mejor nutrición; en los países desarrollados, los salarios más altos podrían inducir a los trabajadores más capaces a solicitar puestos de trabajo en la empresa, o inducir a la fuerza de trabajo existente a trabajar más duro. Shapiro y Stiglitz (*Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device*, 1984) han desarrollado un *modelo dinámico en el que las empresas inducen a los trabajadores a trabajar arduamente mediante el pago de salarios altos y amenazando con despedir a los trabajadores atrapados cuando buscan eludir su tarea*. Como consecuencia de estos altos salarios, las empresas reducen su demanda de mano de obra, por lo que algunos trabajadores están empleados con salarios altos, mientras que otros quedan (involuntariamente) desocupados. Cuanto mayor sea el número de trabajadores desocupados, más tiempo le tomará a un trabajador despedido encontrar un nuevo trabajo, por lo que la amenaza de despido se hace más eficaz. En equilibrio competitivo, el salario w, y la tasa de desempleo u inducen apenas a los trabajadores a no eludir su tarea, y la demanda de mano de obra de la firma al salario w resulta en una tasa de desempleo de exactamente u. Estudiaremos los aspectos del juego repetido de este modelo, analizando el caso de una empresa y un trabajador. Luego analizaremos algunas interpretaciones y evidencia empírica.

Consideren el siguiente juego en etapas. Primero, la firma ofrece al trabajador un salario, w. En segundo lugar, el trabajador acepta o rechaza la oferta de la empresa. Si el trabajador rechaza w, entonces el trabajador se convierte en auto-empleado con un sueldo w_o. Si el trabajador acepta w, entonces el trabajador elige ya sea suministrar esfuerzo (lo que le implica una desutilidad e), o eludir las tareas (que no conlleva desutilidad). El esfuerzo del trabajador no es observado por la empresa, pero el rendimiento del trabajador es observado tanto por la empresa como por el trabajador. La producción puede ser alta o baja; para mayor sencillez, vamos a suponer que la producción baja es cero y así diremos que hay alto rendimiento si $y > 0$. Supongamos que si el trabajador suministra esfuerzo entonces la producción seguramente será elevada, pero que si el trabajador elude entonces la producción será elevada, con probabilidad p, y baja con probabilidad $1 - p$. *Por lo tanto, en este modelo, baja producción es un signo indiscutible de elusión laboral.*

Si la empresa emplea al trabajador con un salario w, luego, los pagos de los jugadores si el trabajador suministra esfuerzo y la producción es alta son $y - w$ para la empresa y $w - e$ para el trabajador. Si el trabajador elude, entonces y se hace 0; si la producción es baja, entonces y se convierte en 0. Suponemos que $y - e > w_o > py$, por lo que es eficiente para el trabajador que esté empleado por la empresa y que suministre esfuerzo, y también mejor que el trabajador esté auto-empleado que empleado por la empresa y eludiendo sus tareas.

El resultado perfecto en subjuegos de este juego de etapa es más bien sombrío: debido a que la empresa paga w con antelación, el trabajador no tiene ningún incentivo para suministrar esfuerzo, por lo que la empresa ofrece $w = 0$ (o cualquier otro $w \leq w_o$) y el trabajador opta por el auto-empleo. En el juego repetido infinitamente, sin embargo, la empresa puede inducir al esfuerzo mediante el pago de un salario w en exceso de w_o y amenazando con despedir al trabajador si la producción es baja alguna vez. Veremos que para algunos valores de los parámetros, a la firma le convendrá inducir al esfuerzo pagando semejante prima salarial.

Comentario Ustedes se podrían preguntar por qué la empresa y el trabajador no firman un contrato de compensación que dependa de la producción, a fin de inducir al esfuerzo. Una razón por la cual dichos contratos podrían no ser factibles es que sería muy difícil para un tribunal hacerlos cumplir, tal vez porque la medida apropiada de producción incluye la calidad de la misma, o dificultades inesperadas en las condiciones de producción, y así sucesivamente. En forma más general, es probable que los contratos contingentes a la producción sean imperfectos (no completamente inviables), y seguirá habiendo una función para los juegos repetidos de incentivos aquí estudiados.

Sean las siguientes estrategias en el juego infinitamente repetido, que implican al salario $w^* > w_o$ que se determinará más adelante. Diremos que *la historia del juego es de altos salarios, alta producción* si todas las ofertas anteriores han sido w^*, se han aceptado todas las ofertas anteriores y todas las producciones anteriores han sido altas. La estrategia de la empresa es ofrecer $w = w^*$ en el primer período, y en cada período subsiguiente ofrecer $w = w^*$ siempre que la historia del juego sea de altos salarios, alta producción, sino ofrecer $w = 0$ en caso contrario. La estrategia del trabajador es aceptar la oferta de la empresa si $w \geq w_o$ (eligiendo el autoempleo en caso contrario) y suministrar esfuerzo si la historia del juego, incluyendo la oferta actual, es de altos salarios, de alta producción (eludiendo las tareas en caso contrario).

La estrategia de la empresa es análoga a una *estrategia gatillo*: jugar de forma cooperativa, siempre que todo el juego anterior haya sido cooperativo, sino conmutar para siempre al resultado perfecto del subjuego en la etapa del juego en que se rompe la cooperación. La estrategia del trabajador también es análoga a estas estrategias gatillo, pero es un poco más sutil porque el trabajador mueve en segundo término en este juego de movimientos secuenciales. En un juego repetido basado en una etapa de movimientos simultáneos, las desviaciones se detectan sólo al final de una etapa; sin embargo, cuando el juego de la etapa es de movimientos secuenciales, se detecta una desviación del primer jugador (y debe ser respondida) en esa misma etapa. La estrategia del trabajador es jugar de forma cooperativa siempre que todo el juego anterior haya sido cooperativo, pero responder de manera óptima a cualquier desviación de la empresa, sabiendo que el resultado perfecto en subjuegos del juego en etapas se jugará en todas las etapas futuras. En particular, si $w \neq w^*$ pero $w \geq w_o$, entonces el trabajador aceptará la oferta de la empresa, pero eludirá sus tareas.

Ahora derivaremos las condiciones bajo las cuales estas estrategias son un *equilibrio de Nash perfecto en subjuegos*. El argumento consiste de dos partes: (i) obtener las condiciones bajo las cuales las estrategias son un equilibrio de Nash, y (ii) demostrar que son perfectas en subjuegos.

Factor de descuento Como estamos en un contexto dinámico, y los pagos se distribuyen a través del tiempo, es necesaria una ponderación que permita sumar pagos recibidos en distintos momentos. Para ello, introducimos un *factor de descuento* de cada jugador δ, que refleja el coeficiente utilizado para averiguar el valor actual (presente) de cualquier flujo de pagos futuro. Dicho factor de actualización va a depender tanto del tipo de interés o costo del dinero en el tiempo como del periodo de tiempo transcurrido. El descuento se asocia generalmente con una *tasa de descuento*, también llamada *rendimiento descontado*. El rendimiento descontado es la parte proporcional de la cantidad inicial adeudada (pasivo inicial) que se debe pagar para retrasar el pago durante 1 año. Es también la tasa a la que la cantidad adeudada debe aumentar para retrasar el pago por 1 año. Obsérvese que factor de descuento y tasa de descuento están vinculados por $\delta = (1+r)^{-t}$, donde δ es el factor de descuento, r es la tasa de descuento y t es el lapso trascurrido. Ya hicimos uso de este factor en el capítulo 32.

Supongan que la empresa ofrece w^* en el primer períodо. Teniendo en cuenta la estrategia de la empresa, aceptar es óptimo para el trabajador. Si el trabajador suministra esfuerzo, entonces el trabajador está seguro de tener un alto rendimiento (producir el nivel alto de producción), por lo que la empresa volverá a ofrecer w^* y el trabajador se enfrentará a la misma decisión de oferta de esfuerzo el próximo período. Por lo tanto, si es óptimo que el trabajador suministre esfuerzo, en tal caso el valor presente de los pagos del trabajador será

$$V_e = (w^* - e) + \delta\, V_e,$$

o bien $V_e = (w^* - e) / (1 - \delta)$. Sin embargo, si el trabajador elude sus tareas, entonces producirá una alta producción con probabilidad p, en cuyo caso surgirá la misma decisión de suministrar esfuerzo el periodo siguiente, pero tendrá menor rendimiento (baja producción) con probabilidad $1 - p$, en cuyo caso la firma le ofrecerá $w = 0$ desde allí en adelante, por lo que el trabajador trabajará por cuenta propia para siempre desde entonces. Luego, para que al trabajador le resulte óptimo eludir sus tareas, el valor presente esperado de sus pagos será

$$V_S = w^* + \delta\,\{p\, V_S + (1 - p)\,(w_o / (1-\delta)\},$$

o bien, $V_S = [(1 - \delta)w^* + \delta(1-p)w_o] / (1-\delta p)(1 - \delta)$. Resultará óptimo que el trabajador suministre esfuerzo si $V_e > V_S$, o sea

$$w^* \geq w_o + \big[(1 - p\,\delta) / \delta\,(1 - p)\big]e = w_o + \big[1 + \big\{(1 - \delta) / \delta\,(1 - p)\big\}\big]e. \qquad [7]$$

Luego, para inducir al esfuerzo, la firma debe pagarle no solamente $w_o + e$ para compensar al trabajador por la oportunidad no percibida de trabajo por cuenta propia y la desutilidad del esfuerzo, sino además la prima salarial $(1 - \delta)\, e / \delta\,(1 - p)$. Claro que si p está próxima a 1 (es decir, si la elusión de sus tareas es detectada con poca frecuencia), la prima salarial deberá ser muy elevada para inducir al esfuerzo. Si $p=0$, por otra parte, al trabajador le resultará óptimo suministrar esfuerzo si

$$(w^* - e)\,(1/(1-\delta)) \geq w^* + w_o\,(\delta/(1-\delta))$$

que es equivalente a

$$w^* \geq w_o + (1 + (1-\delta)/\delta)e, \qquad [8]$$

que es, en efecto, igual a [7] cuando $\delta=0$. Aunque [7] se cumpla, por lo que la estrategia del trabajador es una mejor respuesta a la estrategia de la empresa, también debe cumplirse que valga la pena a la empresa pagarle w^*. Dada la estrategia del trabajador, el problema de la empresa en el primer período equivale a elegir entre: (1) pagar $w=w^*$, induciendo así al esfuerzo mediante su amenaza de despedir al trabajador si alguna vez se observa una baja producción, con lo cual recibirá en cada período y - w^*; y (2) pagar w=0, induciendo así al trabajador a elegir trabajar por cuenta propia, con lo cual recibirá un pago cero en cada período. Luego, la estrategia de la firma es la mejor respuesta a la del trabajador si

$$y - w^* \geq 0. \qquad [9]$$

Recordamos que hemos supuesto que $y- e> w_0$ (es decir, que es eficiente que el trabajador sea empleado por la empresa y que suministre esfuerzo). Requerimos más si estas estrategias tienen que ser un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos: [7] y [9] implican

$$y - e \geq w_0 + \left[(1 - \delta) / (\delta\,(1 - p))\right] e, \qquad [10]$$

que puede interpretarse como que δ debe ser suficientemente grande (es decir, la tasa de descuento debe ser suficientemente baja) para que la cooperación se mantenga.

Hasta ahora hemos demostrado que si se cumplen [7] y [9], entonces las estrategias especificadas son un equilibrio de Nash. Para demostrar que estas estrategias son perfectas en subjuegos, en primer lugar definimos los subjuegos del juego repetido. *Ahora hay que tener en cuenta que cuando el juego en etapas tiene movimientos simultáneos, los subjuegos del juego repetido comienzan entre las etapas del juego repetido*. Para el juego de movimientos secuenciales que se consideró aquí, los sub-juegos comienzan no sólo entre las etapas, sino también dentro de cada etapa – después de que el trabajador observa la oferta salarial de la empresa. Teniendo en cuenta las estrategias de los jugadores, podemos agrupar los subjuegos en dos clases: los que empiezan después de una historia de alto salario y de alta producción, y los que empiezan después de todas las demás historias. Ya se demostró que las estrategias de los jugadores son un equilibrio de Nash dada una historia de la primera clase. Queda por hacerlo dada una historia de este último tipo: como el trabajador no suministrará nunca esfuerzo, es óptimo para la empresa inducirlo a optar por el autoempleo; ya que la empresa ofrecerá $w = 0$ en la siguiente etapa y para siempre a partir de allí, el trabajador no debería suministrar esfuerzo en esta etapa y debería aceptar la propuesta actual sólo si $w \geq w_0$.

En este equilibrio, el autoempleo es permanente: si alguna vez lo sorprenden al trabajador eludiendo, en tal caso la firma ofrecerá $w = 0$ siempre a partir de allí; si la empresa alguna vez se desvía de ofrecer $w = w^*$, entonces el trabajador nunca suministrará esfuerzo de nuevo, por lo que la empresa no podrá permitirse el lujo de emplearlo. Hay varias razones para preguntarse si es razonable que el autoempleo sea permanente. En nuestro modelo de una sola empresa, un solo trabajador, ambos jugadores preferirían volver al equilibrio de alto salario, y alta producción del juego infinitamente repetido en lugar de jugar el resultado perfecto en subjuegos del juego en etapas para siempre. Este es un asunto de *renegociación*. Téngase presente que si los jugadores saben que no se harán cumplir las penas, entonces la cooperación inducida por la amenaza de tales castigos deja de ser un equilibrio.

En el contexto del mercado de trabajo, la empresa puede preferir no negociar si emplea a muchos trabajadores, ya que la negociación con un trabajador puede alterar el equilibrio de alto salario, alta producción que todavía se está jugando (o aún no ha comenzado a jugarse) con otros trabajadores. Si hay muchas empresas, la cuestión es si la empresa j va a contratar a trabajadores que estaban empleados por la empresa i. Puede ser que la empresa j no lo haga, porque teme alterar el equilibrio de alto salario, alta producción con sus actuales trabajadores, al igual que en el caso de una sola empresa. Algo parecido puede explicar la falta de movilidad de los trabajadores varones de edad intermedia, de cuello blanco en las grandes empresas en Japón.

Alternativamente, si los trabajadores despedidos siempre pueden encontrar nuevos empleos que prefieran al autoempleo, entonces será el salario de esos nuevos puestos de trabajo (neto de cualquier desutilidad del esfuerzo) el que desempeñe el papel de w_o. En el caso extremo de que un trabajador despedido no sufra ninguna pérdida, no habrá castigos por eludir sus tareas en el juego infinitamente repetido, y por lo tanto tampoco habrá un equilibrio de Nash perfecto en el subjuego en que el trabajador suministre esfuerzo. Ver Jeremy Bulow y Kenneth Rogoff (*Sovereign Debt: Is to Forgive to Forget*?, 1989)[10] para una aplicación elegante de ideas similares en el contexto de la deuda soberana: si un país endeudado puede replicar los préstamos a largo plazo que recibe de los países acreedores haciendo transacciones a corto plazo en efectivo por adelantado en los mercados internacionales de capital, entonces no hay castigos por default disponibles en el juego infinitamente repetido entre países deudores y acreedores.

El propio Stiglitz, en su conferencia de aceptación del premio Nobel 2001 (*Information and the Change in the Paradigm in Economics*), comenta:

«En ese momento yo estaba trabajando en Kenia, donde había un fuerte desempleo urbano. Mis colegas en el Institute for Development Studies, Michael Todaro y John Harris habían formulado un modelo simple de migración laboral de la población rural al sector urbano que daba cuenta del desempleo. Los altos salarios urbanos atraían a los trabajadores, que estaban dispuestos a correr el riesgo de desempleo por la oportunidad de esos salarios más altos. Se trataba de un modelo simple, de equilibrio general con desempleo, pero de nuevo había una pieza que faltaba: ¿cómo explicar los altos salarios, que estaban muy por encima del salario mínimo? No parecía que el gobierno o los sindicatos forzaran a estos altos salarios. Se necesitaba una teoría del equilibrio en la determinación de los salarios. Recordé, durante una temporada anterior en Cambridge, discusiones con Harvey Leibenstein que había postulado que en los países muy pobres, los salarios más altos conducen a una mayor productividad. Puede que no le convenga a las empresas recortar los salarios, si la productividad se reduce más que proporcionalmente, incluso si no hay un exceso de oferta de mano de obra. La idea clave es reconocer que había una variedad de otras razones por las cuales, cuando la información y la contratación eran imperfectas, la productividad podría depender de los salarios. En tal caso, podría convenirle a las empresas pagar un salario más alto que el mínimo necesario para contratar mano de obra; a tales salarios los denominé salarios de eficiencia. Con salarios de eficiencia, podría existir un nivel de desempleo de equilibrio. Exploré cuatro explicaciones de por qué la productividad podría depender de los salarios (además de a través de la nutrición). La más simple es que los sa-

[10] Abstract: *Los préstamos internacionales a un país menos desarrollado no pueden estar basados en la reputación del deudor de hacer su repago. Es decir, los préstamos a los países menos desarrollados no se harán o no serán reembolsados a menos que los acreedores extranjeros dispongan de sanciones directas legales o de otro tipo que puedan hacer valer frente a un deudor soberano que defaultea. Incluso si algunos préstamos son factibles debido a la posibilidad de sanciones directas, tener una reputación de repago de ninguna manera aumenta la escasa capacidad de los países menos desarrollados de tomar préstamos*. Los autores enuncian la inexistencia, en ausencia de castigos directos, de un sistema de *contratos de reputación* – que implican que haya colateral suficiente para cubrir sus términos en todo estado de la naturaleza. *La reputación por consideraciones de repago es a lo sumo un factor secundario***.** Sugiero que lean este documento que parece escrito teniendo a la vista la experiencia argentina.

larios más bajos conducen a un mayor cambio de personal, y por lo tanto a mayores costos de volumen de negocios que la firma podría soportar. No fue hasta unos años más tarde que fuimos capaces de explicar con más detalle - en base a las limitaciones de la información - por qué las empresas debían cargar con estos costos de rotación del personal.

Pero había otra versión del salario de eficiencia en relación con el trabajo que estaba empezando sobre información asimétrica. Cualquier gerente dirá que consigue a los mejores trabajadores pagándoles salarios más altos. Esta es sólo una aplicación de la noción general de selección adversa, que jugó un papel central en la temprana literatura del seguro, donde las empresas han reconocido ya desde hace tiempo, que al cobrar una prima más alta, los mejores riesgos dejan de comprar seguro. Las empresas en un mercado no tienen por qué aceptar pasivamente el "salario de mercado". Incluso en los mercados competitivos, las empresas podrían, si quisieran, ofrecer salarios más altos que otras. El equilibrio del mercado no era un obstáculo para las empresas. Si todas las empresas estaban pagando el salario de equilibrio de mercado, podría convenirle a una empresa ofrecer un salario más alto, para atraer a los trabajadores más capacitados. La teoría del salario de eficiencia significaba que podría existir desempleo en equilibrio. [...]

La formulación de la teoría del salario de eficiencia que ha recibido mayor atención en los últimos años, sin embargo, ha sido la que se ha centrado en los problemas de incentivos. Muchas empresas afirman que el pago de salarios elevados induce a sus trabajadores a trabajar más arduamente. El problema que Carl Shapiro y yo [1984] enfrentamos fue tratar de dar sentido a esta afirmación. Si todos los trabajadores son idénticos, y se paga a los trabajadores el mismo salario, a continuación, si a una empresa le conviene pagar un salario alto, le convendrá a todas. Pero si un trabajador era luego despedido por incumplimiento laboral, y no había pleno empleo, él podría conseguir otro trabajo de inmediato, con el mismo salario. El alto salario no proporcionaría ningún incentivo. Pero si había desempleo, a continuación, había un costo por eludir las tareas en la empresa. Mostramos que, en equilibrio, tendría que haber desempleo: <u>el desempleo era el dispositivo de disciplina que obligaba a los trabajadores a trabajar</u>. El modelo tenía implicaciones políticas fuertes, algunas de las cuales se expondrán a continuación. Nuestro trabajo ilustró el uso de modelos altamente simplificados para ayudar a pensar en cuestiones bastante complicadas. En la práctica, por supuesto, los trabajadores no son idénticos, por lo que los problemas de selección adversa se entrelazan con los de incentivos; ser despedido transmite información - por lo general hay un estigma.

(Había una cuarta versión del salario de eficiencia, donde la productividad se relaciona con efectos morales, percepciones sobre el grado de justicia con que estaban siendo tratados. Aunque he discutido brevemente esta versión en mi trabajo de hace 31 años, no fue hasta casi veinte años después que la idea fue totalmente desarrollada, en el importante trabajo de George A. Akerlof y Janet L. Yellen [Fairness and Unemployment, 1986]).»

8. <u>*Comentarios sobre el modelo y algunas dócimas empíricas*</u>

Cabe observar que el término "salarios de eficiencia" o retribuciones eficientes fue introducido por Alfred Marshall para denotar el salario por unidad de eficiencia del trabajo.[11] Los salarios de eficiencia de Marshall implicarían que los empleadores paguen diferentes salarios a los trabajadores que tienen diferente eficiencia, de tal manera que el empleador quede indi-

[11] Alfred Marshall, Principles of Economics, London (Macmillan), 8va ed., Cap. VI.III.10.

ferente entre trabajadores más eficientes y menos eficientes. No es éste, empero, el significado moderno, que es bastante diferente y se refiere a la idea de que salarios más altos pueden aumentar la eficiencia de los trabajadores a través de diversos canales, y que acaso valga la pena a los empleadores que ofrezcan salarios que superen el nivel de equilibrio del mercado.

La hipótesis básica de los salarios de eficiencia establece que las productividades de los trabajadores dependen positivamente de sus salarios. Si este es el caso, a la empresa le puede resultar rentable pagar un salario superior al de equilibrio del mercado. Esto es posible porque el salario que minimiza los costos laborales de una empresa por unidad de eficiencia del trabajo puede que no sea el salario que equilibra el mercado laboral. Los patrones pueden ser reacios a recortar los salarios, incluso en presencia de un exceso de oferta de mano de obra, ya que los salarios reducidos pueden en realidad llevar a una menor productividad en un grado más que proporcional y aumentar los costos de mano de obra. Por lo tanto, el equilibrio puede ser compatible con desempleo involuntario persistente. Si consideraciones de salarios de eficiencia son igualmente importantes en todos los sectores de la economía, podrá surgir *desempleo involuntario* - con trabajadores similares tratados de manera diferente, algunos empleados y otras personas desempleadas y con éstas prefiriendo ser empleadas. Los empleos en el sector de los salarios de eficiencia seguirán siendo racionados y ofrecerán un diferencial de utilidad positiva. Trabajadores equivalentes serán tratados de manera diferente, aunque siempre habrá algunos puestos de trabajo disponibles (típicamente de baja calidad).

En la literatura se han analizado distintas explicaciones de la relación directa entre salarios y productividad. Estos enfoques se basan en los beneficios potenciales para la firma de tener salarios más altos: incremento del nivel de esfuerzo y reducción de la elusión de responsabilidades de los empleados; menores costos de cambio de personal; una fuerza de trabajo de mayor calidad; y una mejora de la moral, un trabajo en equipo facilitado más fácilmente, y un mayor sentimiento de lealtad de los trabajadores de la empresa.

El modelo de elusión de responsabilidad del trabajador [*shirking*] comienza con el hecho de que rara vez (o nunca) hay contratos completos en el mundo real. Esto implica que ambas partes del contrato tienen cierta discrecionalidad, pero con frecuencia, debido a problemas de supervisión, es el empleado en la negociación quien está sujeto a mayor discrecionalidad. (Los métodos como el trabajo a destajo son a menudo impracticables, ya que el control es demasiado costoso o inexacto, o pueden basarse en medidas muy imperfectamente verificables por los trabajadores, creando un problema de riesgo moral del lado del empleador.) Así, el pago de un salario por encima del de equilibrio del mercado puede proporcionar a los empleados incentivos económicos para trabajar en lugar de eludir sus tareas.

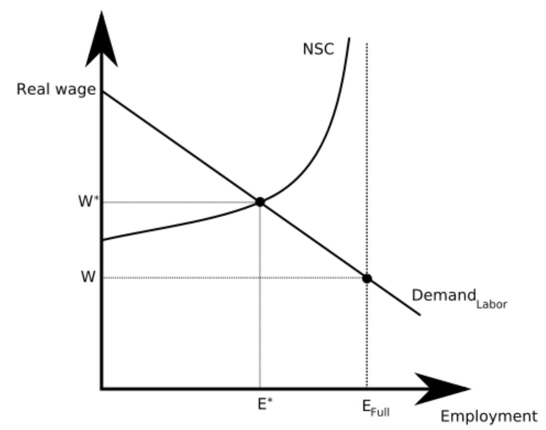


Figura 4 *Gráfico del salario de eficiencia*
(Bkwillwm - Own work, CC BY-SA 3.0)

Las conjeturas de los modelos neokeynesianos de la rigidez de los salarios reales basados en la teoría del salario de eficiencia son que a una empresa no le interesará disminuir los salarios reales porque la productividad (esfuerzo o eficiencia) de los trabajadores no es independiente del salario, sino que más bien salarios reales y esfuerzo de los trabajadores son interdependientes. Robert Solow (*Another possible source of wage stickiness*, 1979) proporciona la estructura básica de los modelos de los salarios de eficiencia. En el modelo de Solow, al empleador le interesa mantener los salarios rígidos a la baja, debido a que una reducción de los salarios reduciría la productividad y elevaría el costo. La empresa representativa busca maximizar sus beneficios reales, y la producción de la empresa depende de la cantidad de trabajadores que emplea y de su esfuerzo, que es una función creciente del salario real. En el modelo de Shapiro-Stiglitz a los trabajadores se les paga un salario al que no eluden sus responsabilidades. Esto evita que los salarios desciendan hasta el equilibrio de mercado. El pleno empleo no puede lograrse porque los trabajadores holgazanearían si no estuvieran amenazados con la posibilidad del desempleo. La curva de la condición de ausencia de incumplimiento laboral (Figura 4, con la etiqueta NSC) tiende a infinito con pleno empleo.

El equilibrio implica entonces desempleo, porque a fin de crear un costo de oportunidad de eludir, las empresas tratan de mejorar sus condiciones salariales por encima de la media del mercado (de modo que los trabajadores despedidos se enfrentan a una pérdida probabilística). Pero como todas las empresas hacen esto, el salario del propio mercado es empujado hacia arriba, con el resultado de que los salarios se elevan por encima del equilibrio de mercado, creando desempleo involuntario. Esto crea una baja o ninguna alternativa de ingresos que hace que la pérdida del empleo sea costosa, y sirva como un dispositivo de disciplina de los trabajadores. Un trabajador desempleado no puede pujar por puestos de trabajo, ofreciendo trabajar a salarios más bajos, ya que si fuera contratado, sería de su interés eludir su responsabilidad laboral, y carece de una forma creíble de formular su promesa de no hacerlo. Shapiro y Stiglitz señalan que el supuesto de que los trabajadores son idénticos (por ejemplo, no hay estigma de haber sido despedido) es muy fuerte – en la práctica, la *reputación* puede funcionar como un dispositivo de disciplina adicional.

El modelo de elusión no predice que la mayor parte de los desempleados en un momento dado sean los despedidos por incumplimiento laboral, ya que si la amenaza asociada con ser despedido es eficaz, casi no habrá ningún incumplimiento laboral ni despido. En cambio los desempleados serán un grupo rotativo de gente que renunció por razones personales, de nuevos participantes en el mercado de trabajo, o de despedidos por otras razones. El óptimo de Pareto, con un monitoreo costoso, requerirá un cierto desempleo, ya que el desempleo juega un papel socialmente valioso en la creación de incentivos de trabajo. Sin embargo, la tasa de desempleo de equilibrio no será Pareto-óptima, ya que las empresas no tomarán en cuenta el costo social de la desocupación que ayudan a crear.

Críticas Una de las críticas de esta y otras versiones de la hipótesis de los salarios de eficiencia es que los contratos de trabajo más sofisticados pueden, bajo ciertas condiciones, reducir o eliminar el desempleo involuntario. Lazear ha demostrado el uso de salarios por antigüedad para resolver el problema de incentivos: inicialmente a los trabajadores se les paga menos que su productividad marginal, y a medida que trabajan con eficacia en el tiempo dentro de la empresa, los ingresos aumentan hasta que se supere la productividad marginal. La pendiente positiva del perfil edad-ingresos aquí proporciona el incentivo para evitar la elusión, y el valor actual de los salarios puede caer al nivel de equilibrio del mercado, eliminando el desempleo involuntario. E. Lazear y R. Moore (*Incentives, Productivity, and Labor*

Contracts, 1984) hallan que la pendiente de la trayectoria de ingresos se ve afectada de manera significativa por los incentivos.

Sin embargo, una crítica importante es que el riesgo moral se trasladaría a los empleadores, ya que son responsables de supervisar el esfuerzo del trabajador. Existirían incentivos obvios para que las empresas declaren que hubo elusión cuando no la hubo. En el modelo de Lazear, las empresas tienen incentivos obvios a despedir a los trabajadores de más edad (pagados por encima del producto marginal) y contratar a nuevos trabajadores más baratos, creando un problema de credibilidad. La gravedad de este riesgo moral del empleador depende del grado en que el esfuerzo pueda ser monitoreado por auditores externos, de modo que las empresas no puedan engañar, aunque los efectos de reputación pueden ser capaces de hacer el mismo trabajo, como vimos en la sección 6.1.

Una explicación general de Krugman Paul Krugman (*Notes on Walmart and Wages (Wonkish)*, 6 de Junio de 2015), explica cómo la teoría del salario de eficiencia entra en juego en una sociedad real. Dice en su nota, *La teoría del salario de eficiencia es la idea de que por cualquiera de una serie de razones, los empleadores logran sacar más provecho de sus trabajadores cuando les pagan más. Podría ser el esfuerzo, podría ser el ánimo, podría ser el volumen de negocios. Las causas del aumento de la eficiencia podrían ser psicológicas, o simplemente surgir del hecho de que los trabajadores están menos dispuestos a correr el riesgo de puestos de trabajo mejor remunerados con mala conducta. Los detalles pueden importar mucho en algunos contextos, pero en esta nota sólo quiero suponer que la productividad de los trabajadores es creciente en la tasa de salario. Y me quiero centrar en las decisiones de un empleador individual, no en el equilibrio del mercado total.*

La productividad $E(w)$ de los trabajadores individuales es una función de su salario w, y la productividad total es la suma de las productividades individuales. En consecuencia, las ventas V de la empresa a la que los trabajadores pertenecen se convierten en una función tanto del empleo L y de la productividad individual. Las ganancias Π de la firma son $\Pi = V(LE) - wL$. Ahora suponemos que cuanto más alto sea el salario de los trabajadores, tanto mayor será la productividad individual: $dE/dw > 0$. Si se elige el empleo para maximizar el beneficio, la derivada de Π es cero. Bajo esta condición optimizada, tenemos

$$d\Pi = [\partial V/\partial(LE)]\, L\, dE - L\, dw$$

o sea,

$$d\Pi/dw = [\partial V/\partial E]\, dE/dw - L.$$

Es necesario apreciar que, en esta formalización – a diferencia de la empresa en condiciones de competencia perfecta – la empresa *elige* el salario (que resultará ser superior al salario de equilibrio vigente).

Obviamente, el gradiente $\partial V/\partial E$ de la pendiente es positivo, porque cuanto mayor sea la productividad individual, mayores serán las ventas. El $d\Pi/dw$ nunca pasa a negativo debido a la condición óptima, y por lo tanto tenemos $0 < d\Pi/dw$.[12] Esto significa que si la empresa aumenta el salario su beneficio permanecerá constante o será incluso mayor. Luego, la teoría

[12] Sin efecto salario eficiente, $\partial\Pi/\partial w = 0$, por el teorema de la envolvente. *Debido a que w ya fue elegido para maximizar los beneficios, un pequeño cambio no tiene ningún efecto adicional. Cuando estás en la cima de una colina, un solo paso en cualquier dirección no cambia la elevación mucho más.*

del salario de eficiencia motiva a los propietarios de la empresa a aumentar el salario a fin de aumentar el beneficio de la empresa.

La condición de Solow para optimizar el beneficio[13]

La teoría del salario de eficiencia surge de la observación de que los trabajadores trabajarán más cuando las empresas les pagan salarios por encima de los niveles del mercado. Si todas las empresas pagan salarios por encima del mercado y se niegan a contratar a los trabajadores por menos, los salarios en la economía estarán por encima del nivel de equilibrio del mercado y ello se traducirá en desempleo. Pero ¿por qué las empresas no reducirían los salarios, y los trabajadores estarían de acuerdo en trabajar de manera eficiente a estos salarios más bajos, cuando hay desempleo en la economía? La razón por la cual las empresas fijan el salario independientemente de los salarios de reserva de los trabajadores se deriva de la función de producción asumida:

$$Y = F\,(e\,(w)\,L) \qquad [11]$$

donde Y es la producción, $e\,(w)$ es el esfuerzo por trabajador en función de la tasa de salario real w, y L es la cantidad de trabajo empleado. Nótese que $e\,(w)\,L$ representa el esfuerzo --- esfuerzo total por trabajador (o por hora) multiplicado por el número de trabajadores (o de horas trabajadas) --- y es el único insumo variable en la función de producción, estando presente de fondo el capital, pero que se mantiene constante.

Para maximizar sus beneficios la empresa debe maximizar el exceso del valor de los productos sobre el costo variable de producción, siendo constante el costo fijo de emplear capital. Esta función de beneficios se puede escribir

$$\Pi = F\,(e\,(w)\,L) - wL \qquad [12]$$

Tomando la derivada de [12] con respecto a L y haciéndola igual a cero:

$$F'\,(e\,(w)\,L)\,e\,(w) - w = 0 \mapsto F'\,(e\,(w)\,L) = w\,/\,e\,(w) \qquad [13]$$

Ahora obtenemos la derivada de [12] con respecto a w y también la hacemos igual a cero:[14]

$$F'\,(e\,(w)\,L)\,L\,e'(w) - L = 0 \mapsto F'\,(e\,(w)\,L)\,e'(w) = 1 \qquad [14]$$

De [13] y [14] obtenemos la condición de Solow:

$$e'(w)\,[w/e(w)] = 1 \qquad [15]$$

Esta es la condición de Solow, que puede leerse como que el salario debe ser tal que la *elasticidad de la relación esfuerzo-salario sea unitaria*. La base para la condición de Solow se puede ver de forma intuitiva. Dado cualquier número inicial de trabajadores contratados,

[13] Este punto está tomado de una lección de la Univ. de Toronto, sobre Salarios de Eficiencia.
[14] Observar que esta operación no corresponde en la versión clásica de un mercado competitivo, en el que la firma no puede fijar el salario. Pero en la teoría del salario eficiente la empresa fijará un diferencial salarial con relación al salario de mercado apropiado por los motivos expuestos.

siempre le convendrá a la empresa aumentar el salario si el porcentaje de aumento resultante en el esfuerzo excede el porcentaje de aumento en el salario – esto significa que el esfuerzo por peso gastado es creciente o, en su defecto, que ese costo por unidad de esfuerzo está cayendo. Luego, un nivel dado de producción se puede producir con un menor número de trabajadores y a un costo menor. Por otro lado, si el porcentaje de aumento resultante en el nivel de esfuerzo es menor que el porcentaje de aumento en el salario real a la empresa le convendrá reducir el salario, ya que la reducción de los costos laborales será mayor que la disminución en el valor de los productos. En consecuencia, la firma fijará el salario en el nivel al que un pequeño porcentaje de aumento en el salario real inducirá un aumento en porcentaje igual de esfuerzo del trabajador. Por lo tanto, en equilibrio, $\Delta e/e = \Delta w/w$, que es lo mismo que implica [15]. Después de elegir el tipo de salario según esta condición de Solow, la empresa escogerá el número de trabajadores para los que el valor marginal del producto producido sea igual a la tasa de salario real. Observar que en [15] no aparece L: el salario se fijará independientemente del nivel de empleo, aunque el nivel de empleo posteriormente elegido dependerá de la tasa de salario real por la condición [13].

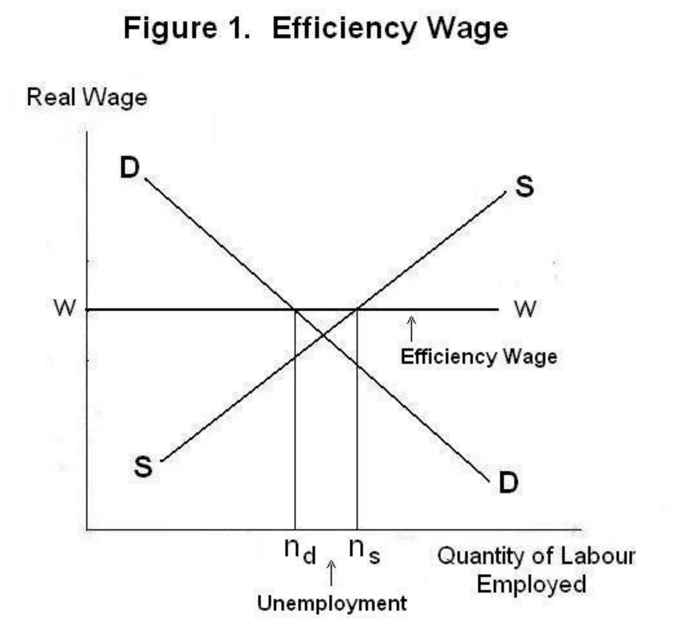


Figura 5

Una implicación importante de esto se puede ver con referencia a la figura 5. La línea *ww* da la tasa de salario fijado por las empresas de acuerdo a la condición de Solow. En ese salario de optimización de beneficios el nivel óptimo de empleo de mano de obra de las empresas pasa a ser n_d unidades. La cantidad de trabajadores en tiempo de trabajo que desean prestar a esa tasa salarial es n_s. Hay un nivel de desempleo de equilibrio en la economía de (n_s - n_d). Aunque no hay una razón por la cual la cantidad óptima de mano de obra demandada por las empresas en el salario de optimización de beneficios tenga por qué ser menor que la que los trabajadores están dispuestos a suministrar, no hay nada que lo descarte. El modelo implica que fácilmente podría haber *desempleo permanente*.

Este resultado aparentemente pionero surge, sin embargo, de dos supuestos *restrictivos* del modelo. En primer lugar, la función *e (w)* que vincula al esfuerzo al salario se define independientemente de las condiciones socioeconómicas. ¿Los trabajadores en, por ejemplo, Argentina tienen la misma función *e (w)* que los trabajadores de USA? Si no es así, ¿qué determina *e (w)*? Si el esfuerzo del trabajador depende de las condiciones económicas, ¿por qué los trabajadores elegirían combinaciones de salario-esfuerzo que los dejan permanentemente desempleados? En segundo lugar, el supuesto de que todo lo que importa en la producción es el esfuerzo de trabajo total, sin importar el número de unidades de trabajo que generan ese esfuerzo, también es restrictivo. Dado que, por poner un ejemplo, sólo una persona puede conducir un autobús o un camión, en cualquier momento, es imposible separar la cantidad total de los servicios de conducción a partir del número de personas que hacen la conducción. Y dos programadores informáticos dando 50% de esfuerzo cada uno sin duda no siempre producen la misma cantidad de códigos utilizables que un programador competente.

Por otra parte, en muchas industrias en una economía, las empresas pueden controlar el esfuerzo del trabajador y suscribir contratos implícitos o explícitos con cada trabajador para que entregue una cantidad específica de esfuerzo con un salario específico. Esto significa que los salarios se establecen a lo largo de una curva de oferta de trabajo ajustada por calidad como se muestra en la Figura 6.

A algunas empresas les resultará rentable pagar salarios más altos que el promedio y demandarán un esfuerzo, en consecuencia, mayor que el promedio. Esto les permitirá seleccionar a los trabajadores de calidad por encima de la media. A otras les resultará rentable operar con mano de obra de baja calidad. En el peor caso, el modelo de salario de eficiencia de la Figura 5 se aplicaría sólo a ciertas industrias en cualquier economía. Si hay menos trabajadores que desean trabajar a los salarios ofrecidos en ciertas industrias, los desplazados irán a otras industrias y empujarán a la baja los salarios de allí. Luego, no es necesario que se produzca desempleo en el agregado y la Figura 2 sería una representación adecuada del mercado de trabajo en la economía en su conjunto.

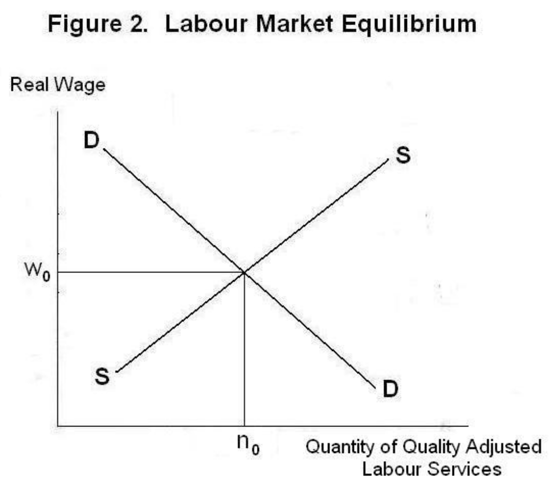


Figura 6

Literatura empírica

D. Raff y L. Summers (*Did Henry Ford Pay Efficiency Wages?* 1987) llevan a cabo un estudio de casos sobre la introducción de Henry Ford de la jornada de cinco dólares en 1914 (ver cuadro siguiente). Su conclusión es que la experiencia de Ford apoya la interpretación de los salarios de eficiencia. La decisión de Ford de aumentar salarios de manera tan dramática (duplicación para la mayoría de los trabajadores) es retratada como consecuencia de consideraciones de salarios de eficiencia, con estructura consistente, evidencia de colas considerables para conseguir los trabajos de Ford, y un aumento significativo en la productividad y las ganancias de Ford. Preocupaciones tales como el alto cambio de personal y el ánimo del trabajador parecen haber jugado un rol importante en la decisión de cinco dólares. El aumento de salarios dio beneficios sustanciales de productividad y de beneficios. También existe evidencia de que otras empresas emularon hasta cierto punto la política de Ford, con salarios en la industria automotriz un 40% más alto que en el resto de la industria manufacturera (Rae 1965, citado en Raff y Summers). Teniendo en cuenta los bajos costos de supervisión y los niveles de habilidad requeridos en la línea de producción de Ford, tales beneficios (y la propia decisión) parecen haber sido particularmente significativos.


THE DETROIT JOURNAL

LAST EDITION

HENRY FORD GIVES $10,000,000 IN 1914 PROFITS TO HIS EMPLOYES

HOUSES SWEPT INTO ATLANTIC BY STORM; CREW OF 32 DROWNS

NATION-WIDE STRIKE IS BEING DISCUSSED BY LABOR LEADERS

GOV. FERRIS IS ON WAY TO CALUMET

Motor Kings Who Share Profits With Worker

DOUBLES PAY OF 25,000 IN AUTO WORKS

GRANT EIGHT-HOUR DAY AT $5 WAGE

En 1913, el equipo de Henry Ford reinventó la fabricación mediante la introducción de la línea de montaje móvil. Funcionó bien, pero los trabajadores odiaban los puestos de trabajo. Se fueron casi tan rápido como fueron entrenados. El 5 de enero de 1914, la compañía anunció que duplicaría el salario y acortaría la jornada laboral. En lugar de $ 2,34 por nueve horas, la mayoría de los trabajadores ganaría $ 5.00 por ocho. Los fabricantes dijeron que era una locura y de tinte socialista. ¡Le costaría a Ford 10 millones de dólares sólo ese año! Pero al día siguiente, 10.000 personas acudieron a Highland Park clamando por puestos de trabajo, y la rotación se redujo drásticamente.

Fehr, Kirchler, Weichbold y Gächter (*When Social Norms Overpower Competition: Gift Exchange in Experimental Labor Markets*, 1998) llevan a cabo experimentos del mercado de trabajo para separar los efectos de la competencia y de las normas sociales/costumbres/ normas de equidad. Encuentran que en mercados de contratos completos, las empresas persistentemente tratan de hacer prevalecer salarios más bajos. Por el contrario, en mercados de intercambio de regalos y de regalos bilaterales, los salarios son más altos y más estables. Parece ser que en situaciones de contratos completos, el equilibrio competitivo ejerce un poder de atracción considerable, mientras que en mercados de intercambio de regalos no lo hace. Fehr et al. subrayan que las opciones de esfuerzo recíproco son realmente un fenómeno de una sola vez, sin reputación u otros efectos de juegos repetidos. "Se tiene, por lo tanto, la tentación de interpretar el comportamiento de esfuerzo recíproco como un fenómeno de preferencia." Dos tipos de preferencias pueden dar cuenta de este comportamiento: a) los trabajadores pueden sentir la obligación de compartir los ingresos adicionales de los salarios más altos, al menos en parte, con las empresas; b) Los trabajadores pueden tener motivos recíprocos (recompensar el buen comportamiento, castigar el malo). *En el contexto de esta interpretación, la fijación de salarios está asociada intrínsecamente con la señalización de las intenciones, y los trabajadores condicionan sus respuestas de esfuerzo con respecto a las intenciones inferidas*. G. Charness (*Attribution and reciprocity in a simulated labor market: An experimental investigation*, 1996), citado en Fehr et al., encuentra que cuando se retira la señalización (los salarios se fijan al azar o por el experimentador), los trabajadores muestran una menor, pero aún positiva, relación salario-esfuerzo, lo que sugiere un motivo de reparto de la ganancia y cierta reciprocidad (en la que se pueden señalizar las intenciones).

Fehr et al afirman que *[la] interpretación preferida del proceso de fijación de salarios de las empresas es que las empresas pagan voluntariamente rentas de trabajo para obtener niveles de esfuerzo superiores al mínimo*. A pesar de que el exceso de oferta de trabajo creó una enorme competencia entre los trabajadores, las empresas no aprovecharon. A largo plazo, en lugar de ser gobernados por fuerzas competitivas, las ofertas salariales de las empresas se rigen exclusivamente por consideraciones de reciprocidad porque el pago de los salarios no competitivos genera mayores beneficios. De este modo, tanto las empresas como los trabajadores pueden estar mejor cuando se basan en interacciones recíprocas estables.

Que el comportamiento recíproco genera ganancias de eficiencia ha sido confirmado por varios otros trabajos, por ejemplo Berg, Dickhaut y McCabe (*Trust, Reciprocity and Social History*, 1995) - incluso bajo condiciones de doble anonimato y donde los actores saben que aún el experimentador no puede observar la conducta individual, las interacciones recíprocas y los aumentos de eficiencia son frecuentes. Fehr, Gächter y Kirchsteiger (*Reciprocal fairness and noncompensating wage differentials*, 1996; *Reciprocity as a Contract Enforcement Device*, 1997) muestran que las interacciones recíprocas generan ganancias sustanciales de eficiencia. Sin embargo, el papel mejorador de la eficacia de la reciprocidad está, en general, asociado con desviaciones graves de conducta de las predicciones de equilibrio competitivas.

Como lo opuesto a un exceso de entusiasmo por los modelos de salarios de eficiencia, Jonathan Leonard (*Carrots and Sticks: Pay, Supervision and Turnover*, 1987) encuentra poco apoyo, ya sea para los modelos de elusión de responsabilidad laboral o de salarios de eficiencia, poniendo a prueba sus predicciones para diferencias salariales importantes y persistentes. La versión de elusión asume un compromiso entre la auto-supervisión y la supervisión externa, y la versión rotación asume que el cambio de personal es costoso para la empresa. Son supuestas variaciones en el costo de vigilancia/elusión o rotación del personal de las empresas para dar cuenta de las variaciones salariales de trabajadores homogéneos entre las empresas. Leonard descubre que los salarios de ocupaciones específicas dentro de un sector de un estado están muy dispersos, lo que sugiere que otros factores pueden estar en juego.

Literatura aplicada latinoamericana

Brasil Saba Arbache (*Wage Differentials in Brazil: Theory and Evidence*, 2001) utilizó micro-datos para Brasil para los 1980s y los 1990s para poner a prueba varias teorías competitivas, incluyendo modelos de segmentación (incluyendo los salarios de eficiencia). Encontró que las capacidades no medidas y los modelos de salarios de eficiencia parecen jugar un rol en la determinación de los salarios, mientras que otras teorías no se hallaron relevantes para la formación de los salarios. Explica el modelo de Stiglitz y Shapiro diciendo que "su idea básica se basa en la suposición de que los trabajadores tienen una cierta discrecionalidad con respecto a su esfuerzo de trabajo, y hay un costo monótono continuo de monitorearlos. Con el fin de motivar a trabajadores igualmente capaces a esforzarse mucho en su desempeño, los empleadores pagan un salario más alto que el costo de oportunidad de los trabajadores, que viene dado por el salario de mercado o por el nivel de las prestaciones de desempleo. Cuanto mayor sea la diferencia entre el salario pagado y el salario alternativo, o cuanto mayor sea la tasa de desempleo, mayor es el miedo a ser despedido, ya que en estas circunstancias, el trabajo se vuelve más atractivo, fomentando al trabajador a esforzarse más. El modelo de elusión de la tarea laboral predice que las diferencias salariales aparecen como consecuencia de la diferencia en costos de monitoreo entre empresas o industrias. Aunque muy sugerente, esta teoría no es capaz de explicar por qué los salarios están correlacionados entre ocupaciones, ya que uno no esperaría que las diferentes ocupaciones exijan el mismo nivel de supervisión." [...] "Los principales resultados son los siguientes. La estructura de los salarios no ha cambiado a lo largo del período 1984-1998, marcado por los sucesivos planes de estabilización de la inflación y las reformas económicas orientadas al mercado. Este hallazgo apoya fuertemente el hecho estilizado de que la estructura de los salarios es estable en el tiempo. Se encontraron algunas pruebas de que las capacidades no medidas afectan a la determinación de salarios, lo que explica la dispersión de los salarios de los trabajadores con características productivas medibles comparables... La teoría del salario de eficiencia parece jugar un papel importante en la formación de los salarios en la industria manufacturera."

Chile Pilar Romaguera, en *Wage Differentials and Efficiency Wage Models: Evidence From the Chilean Economy*, 1991, resume el documento: *Este estudio realiza una investigación empírica sobre el tema de diferenciales de salario y teorías de determinación de salarios, analizando el caso específico de la economía chilena durante el período 1937-1987. El estudio examina tanto las teorías competitivas, como las de salarios de eficiencia, y discute la relevancia de ambas en la explicación de los diferenciales de salarios. La investigación revela la existencia de diferenciales de salario estadísticamente significativos, y demuestra la consistencia del patrón de dichos diferenciales a través del tiempo, entre ocupaciones y firmas de distinto tamaño. Tanto la existencia de diferenciales de salario, como sus regularidades, son difíciles de reconciliar con explicaciones competitivas de determinación de los salarios. En particular, los salarios al interior de las empresas muestran estar altamente correlacionados, evidencia que apoya la hipótesis de que consideraciones de equidad son importantes en el proceso de determinación de las remuneraciones. En forma similar a otros estudios, encontramos que las industrias con elevados salarios relativos se caracterizan por estar compuestas por firmas de gran tamaño, intensivas en capital, con alto grado de concentración y utilidades superiores al promedio industrial. El estudio discute hasta qué punto esta relación entre diferenciales de salario y características de la firma, apoya las hipótesis de los modelos de salarios de eficiencia. En resumen nuestro estudio demuestra que el comportamiento del mercado laboral chileno, en el período analizado, cuestiona la hipótesis de un comportamiento competitivo de dicho mercado. Por el contrario, los resultados apoyan las predicciones de los modelos de salarios de eficiencia.*

Argentina En Argentina, Irene Brambilla, Alberto Porto y Guido Porto (*Diferencias salariales interprovinciales*, 2002) observan que existen distintas explicaciones a las diferencias salariales en nuestro país. Entre las cuales destacan: las diferencias regionales de precios, las políticas gubernamentales y el nivel de educación, siendo esta última un mecanismo de diferenciación del nivel de capacitación y estudio de los trabajadores.

Para una aplicación empírica de la teoría de los salarios de eficiencia en nuestro país les sugiero acudir a Ernesto Schargrodsky, Jorge Mera y Federico Weinschelbaum, *Transparencia y rendición de cuentas en los hospitales públicos de América Latina: El caso de Argentina* (2000). Los autores han utilizado la base de datos generada por la Secretaría de Salud del GCBA en su política de monitoreo de precios de compra política (septiembre de 1996), para analizar dos cuestiones: 1) Se estudió el efecto de la implementación de la política sobre los precios. Los resultados muestran que la política logró una reducción de precios, pero que el efecto transitorio fue mayor que el efecto permanente. 2) Se analizó el efecto de los salarios de eficiencia recibidos por los jefes de compras de cada hospital sobre los precios. La evidencia empírica *no indicó que mayores salarios de eficiencia indujeran menores precios de* *compra*. También presentaron resultados de encuestas que muestran al ausentismo como la forma más grave de abuso de sus cargos por parte de médicos y enfermeros en los hospitales públicos.