

### 1. Planes contingentes

Hasta ahora hemos considerado el problema de cómo una economía de mercado asigna recursos mediante un sistema de precios competitivos en lo que parece ser un entorno estático. No ha habido mención del tiempo en el modelo. Por ejemplo, las discusiones sobre tasas de interés, inflación, y préstamos parecen estar fuera de su alcance. Pero de hecho esto no es así. El modelo desarrollado es realmente capaz de incluir no sólo tiempo, tasas de interés, préstamos, sino también incertidumbre sobre muchas cosas, incluyendo el estado futuro de la economía, el valor de las acciones y bonos y aún más. La idea clave es refinar la noción de un bien para incluir todas las características de interés para nosotros.

#### 1. Tiempo

Si deseamos incluir el tiempo en nuestro modelo, entonces simplemente clasificamos los bienes no solo por lo que son, p. ej. manzanas, naranjas, etc., sino también por la fecha en que se consumen (o se producen). Así que en lugar de mantener un seguimiento sólo de  $x_k$ , la cantidad del bien  $k$  consumida por un consumidor, también hacemos un seguimiento de la fecha  $t$  en que se consume. Por lo tanto,  $x_{kt}$  denotará la cantidad del bien  $k$  consumida en la fecha  $t$ . Si hay dos bienes,  $k = 1, 2$  y dos fechas  $t = 1, 2$ , entonces un plan de consumo es un vector de cuatro números  $(x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22})$ , donde, por ejemplo,  $x_{12}$  es la cantidad del bien  $k = 1$  consumida en la fecha  $t = 2$ .

Pero si un plan de consumo es  $(x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22})$ , entonces, de acuerdo con nuestra convención hasta ahora, deberíamos pensar realmente en cada una de las cuatro coordenadas del plan de consumo como representando las cantidades de bienes distintos. Es decir, con dos productos "básicos", manzanas y naranjas, y dos fechas, hoy y mañana, en realidad tenemos cuatro productos: las manzanas de hoy, las manzanas de mañana, las naranjas de hoy y las naranjas de mañana.

#### 2. Incertidumbre

La incertidumbre, también, puede ser capturada usando la misma técnica. Por ejemplo, supongamos que existe incertidumbre sobre el clima actual y que esto es importante porque el clima puede afectar la conveniencia de ciertos productos (por ejemplo, paraguas, filtro solar, vacaciones...) y / o las posibilidades de producción de ciertos productos (por ejemplo, agricultura). Para mantener simple el tratamiento, supongamos que hay sólo dos posibilidades para el estado del tiempo. En el estado  $s = 1$  llueve, y en el estado  $s = 2$  es soleado. Entonces, análogamente a lo que hicimos con el tiempo, podemos indexar cada bien  $k$  con el estado en que se consume (o produce), haciendo que  $x_{ks}$  denote la cantidad de  $k$  consumido en el estado  $s$ , y que  $y_{ks}$  denote la cantidad de bien  $k$  producido en el estado  $s$ . Esto permite a los consumidores tener preferencias muy distintas sobre los paraguas cuando está soleado y los paraguas cuando llueve, y también permite que las posibilidades de producción, por ejemplo para los productos agrícolas,

sean distintas en los dos estados. También podemos modelar la demanda de seguros haciendo que el vector de dotación del consumidor dependa del estado, con dotaciones bajas asociadas a un estado (fuego o inundación, por ejemplo) y dotaciones altas en otro.

### 3. Equilibrio walrasiano con bienes contingentes

Coloquemos todo esto junto incorporando tiempo e incertidumbre. A continuación, retrocederemos e interpretaremos el significado de un equilibrio walrasiano del modelo resultante. *Se supondrá que los precios son todos positivos.*

Hay  $N$  bienes básicos,  $k = 1, 2, \dots, N$ ,  $T$  fechas,  $t = 1, 2, \dots, T$ , y para cada fecha  $t$  hay eventos  $S_t$  mutuamente excluyentes y exhaustivos  $s_t = 1, 2, \dots, S_t$  que pueden ocurrir. Por consiguiente, el **estado del mundo** en la fecha  $t$  es descrito por el vector  $(s_1, \dots, s_t)$  de los sucesos  $t$  que ocurrieron al comienzo de las fechas 1 a  $t$  inclusive. Una canasta de consumo es un vector no negativo  $x = (x_{kts})$ , donde  $k$  va de 1 a  $N$ ,  $t$  va de 1 a  $T$ , y dado  $t, s = (s_1, \dots, s_t)$  es uno de los  $S_1 S_2 \dots S_t$  estados del mundo que describen los acontecimientos ocurridos hasta la fecha  $t$ . Así,  $x \in R^{NM}_+$ , donde  $M = S_1 + S_1 S_2 + \dots + S_1 S_2 \dots S_T$  es el número total de pares fecha-estado  $(t, s)$ .

Hay  $J$  empresas y cada empresa  $j \in J$  tiene un conjunto de posibilidades de producción,  $Y^j$ , contenido en  $R^{NM}$ .

Hay  $I$  consumidores. Cada consumidor  $i \in I$  tiene preferencias sobre el conjunto de canastas de consumo en  $R^{NM}_+$  y las preferencias de  $i$  están representadas por una función de utilidad  $u^i(\cdot)$ . El consumidor  $i$  tiene un vector de dotación  $e^i \in R^{NM}_+$  y la participación de propiedad  $\theta^{ij}$  de cada empresa  $j \in J$ .<sup>1</sup> Obsérvese que el vector de dotación  $e^i$  específica que en la fecha  $t$  y en el estado  $s$ , la dotación del consumidor  $i$  de los  $N$  bienes es  $(e^i_{its}, \dots, e^i_{Nts})$ .

En términos de nuestras definiciones anteriores, ésta es simplemente una economía de propiedad privada con  $n = NM$  bienes. Por ejemplo  $x_{kts} = 2$  denota dos unidades del bien  $kts$  o equivalentemente denota dos unidades del bien básico  $k$  en la fecha  $t$  en el estado  $s$ . Así, estamos tratando al mismo bien básico como distinto cuando se consume en fechas distintas o en estados distintos. Después de todo, el monto que uno está dispuesto a pagar por un automóvil entregado hoy podría ser más alto que el que uno está dispuesto a pagar por la entrega de un automóvil por lo demás idéntico seis meses a partir de hoy. Desde esta perspectiva, tratar al mismo bien básico en fechas distintas (o en estados distintos) como bienes distintos es totalmente natural.

Bajo las hipótesis del teorema de la sección 6.2.4, existe un vector de precios  $\mathbf{p}^* \in R^{NM}_{++}$  que constituye un equilibrio walrasiano para esta economía de propiedad privada. En particular, la demanda debe ser igual a la oferta para cada uno de los bienes  $NM$ , es decir, para cada bien básico en cada fecha y en cada estado del mundo. Ahora entendamos lo que esto significa a partir de las empresas.

Para cada empresa  $j \in J$ , hacemos que  $\mathbf{y}^j = (y^j_{kts}) \in Y^j \subseteq R^{NM}$  denote su (único) plan de producción de maximización del beneficio dado el vector de precios  $\mathbf{p}^*$ . En conse-

<sup>1</sup> Se podría permitir que las acciones de propiedad dependan de la fecha y el estado, pero no vamos a hacerlo.

cuencia, en la fecha  $t$  en estado  $s$ , la empresa  $j$  producirá  $y_{kts}^*$  unidades del bien básico (producto)  $k$  si  $y_{kts}^* \geq 0$  y demandará  $|y_{kts}^*|$  unidades del bien básico (insumo)  $k$  si  $y_{kts}^* < 0$ . Luego,  $y^j$  es un plan de producción contingente que maximiza beneficios, describiendo la oferta de productos y la demanda de insumos para los  $N$  bienes básicos contingentes en cada fecha y estado. Pasemos ahora a los consumidores.

Para cada  $i \in I$ ,  $x^{i*} = (x_{kts}^{i*}) \in R^{NM_+}$  denota la canasta de consumo asequible (única) del consumidor  $i$  que maximiza su utilidad dado los precios  $p^*$  y el ingreso  $m^i(p^*)$ . Consecuentemente, en la fecha  $t$  y en el estado  $s$  el consumidor  $i$  consumirá  $x_{kts}^{i*}$  unidades del bien básico  $k$ . Así,  $x^{i*}$  es un plan de consumo contingente asequible que maximiza la utilidad del consumidor  $i$ , especificando su consumo de cada uno de los bienes básicos contingentes en cada fecha y estado.

Ahora, por un lado, como la demanda es igual a la oferta para cada bien, tenemos

$$(1.1) \quad \sum_{i \in I} x_{kts}^{i*} = \sum_{j \in J} y_{kts}^j + \sum_{i \in I} e_{kts}^i, \text{ para todo } k, t, s.$$

Consecuentemente, en cada fecha y en cada estado, la demanda es igual a la oferta para cada uno de los bienes básicos. Por otra parte, cada consumidor  $i$  sólo tiene una restricción presupuestaria única que vincula sus gastos en todos los bienes de la siguiente manera:

$$(1.2) \quad \sum_{k,t,s} p_{kts}^* x_{kts}^{i*} = \sum_{kts} p_{kts}^* e_{kts}^i + \sum_{j \in J} \theta^{ij} \sum_{kts} p_{kts}^* y_{kts}^j, \text{ para todo } i \in I.$$

En particular, cuando el estado  $s'$  ocurre en la fecha  $t'$ , puede resultar que para algún o algunos consumidores  $i$ ,

$$\sum_k p_{kt's'}^* x_{kt's'}^{i*} > \sum_{kt's'} p_{kt's'}^* e_{kt's'}^i + \sum_{j \in J} \theta^{ij} \sum_{kts} p_{kts}^* y_{kts}^j.$$

Es decir, los gastos del consumidor  $i$  en bienes básicos a la fecha  $t$  en el estado  $s$  podrían exceder sus ingresos en esa fecha y en ese estado. ¿Tiene esto sentido? La respuesta es "sí, tiene absolutamente sentido". De hecho, este déficit presupuestario es una expresión de dos fenómenos económicos importantes, a saber, el endeudamiento y los seguros. Cuando uno toma prestado en la fecha  $t$ , uno está gastando efectivamente más que su dotación y los ingresos por beneficios en la fecha  $t$ , y cuando uno recibe un pago de seguro debido a la pérdida en el estado  $s$  (por ejemplo, por inundación o incendio) entonces de nuevo gasta en el estado  $s$  más que su dotación e ingresos por beneficios. Del otro lado de la moneda, muy bien puede haber algunos estados y fechas asociadas con excedentes presupuestarios (por ejemplo, cuando se presta o cuando se proporciona seguro en estados que no ocurrieron).

Pero si el presupuesto de cada consumidor necesita un balance general, como se indica en (1.2), ¿cómo se implementa en realidad esta asignación de equilibrio walrasiano? La respuesta es como sigue. Piensen en una fecha anterior cero en la cual las empresas y los consumidores participan en un mercado de contratos vinculantes. Un contrato es un trozo de papel en el que se escribe un número real no negativo, un bien básico  $k$ , una fecha  $t$ , y un estado,  $s$ . Por ejemplo, el contrato  $(107.6, k = 3, t = 2, s = 7)$  da derecho al portador a 107.6 unidades del bien básico  $k = 3$  en la fecha  $t = 2$  en el estado  $s = 7$ . Observen que el paquete de consumo neto de equilibrio de cada consumidor  $x^{i*} - e^i = (x_{kts}^{i*} - e_{kts}^i)$  puede ser reinterpretado como un vector de contratos. Es decir, para cada  $k, t, y s$ , si  $x_{kts}^{i*} - e_{kts}^i \geq 0$  entonces el consumidor  $i$  tiene derecho a recibir del mercado  $x_{kts}^{i*} - e_{kts}^i$  unidades de bien básico  $k$  a la fecha  $t$  en el estado  $s$ . Si  $x_{kts}^{i*} - e_{kts}^i < 0$ , el consumidor  $i$  está obligado a suministrar al mercado  $|x_{kts}^{i*} - e_{kts}^i|$  unidades del bien básico  $k$  en la fecha  $t$  en el estado  $s$ .

Del mismo modo, el plan de producción de cada empresa  $y^j = (y^j_{kts})$  puede reinterpretarse como el vector de contratos que requieren que la empresa  $j$  suministre al mercado  $y^j_{kts}$  unidades del bien básico  $k$  en la fecha  $t$  en el estado  $s$  si  $y^j_{kts} \geq 0$  y dando el derecho a la firma  $j$  a recibir del mercado  $|y^j_{kts}|$  unidades del bien básico  $k$  en la fecha  $t$  en el estado  $s$  si  $y^j_{kts} < 0$ .

Por último, tengan en cuenta que si para cada  $k$ ,  $t$ , y  $s$ , el precio de un contrato por unidad de bien básico  $k$  en la fecha  $t$  en el estado  $s$  es  $p_{kts}^*$ , entonces a la fecha cero el mercado de contratos se despejará con consumidores maximizando utilidad y las empresas maximizando beneficios. Cuando llega cada fecha  $t$  y cualquier estado  $s$  ocurre, los contratos que son relevantes en esa fecha y estado se ejecutan. La condición de compensación del mercado (1.1) asegura que esto sea factible. Después de la negociación inicial de los contratos en el período cero, no hay más comercio. La única actividad que tiene lugar a medida que pasa el tiempo y se producen los estados es la ejecución de contratos que fueron comprados y vendidos en la fecha cero.

Hagamos ahora algunas observaciones importantes sobre esta interpretación de nuestro modelo. En primer lugar, hemos asumido implícitamente que hay un monitoreo perfecto en el sentido de que no es posible que una empresa o un consumidor afirme que puede suministrar más unidades de un bien básico en el estado en la fecha de lo que realmente puede suministrar. Por lo tanto, se descarta la quiebra. En segundo lugar, se supone que hay información perfecta en el sentido de que todas las empresas y consumidores están informados del estado cuando ocurre en cada fecha. De lo contrario, si sólo algunos agentes fueron informados del estado, éstos podrían tener un incentivo para mentir acerca de qué estado realmente ocurrió. En tercer lugar, se supone que todos los contratos son perfectamente ejecutados. Evidentemente, cada uno de estos supuestos es fuerte y excluye importantes escenarios económicos. ¡Sin embargo, es bastante notable cuánto kilometraje adicional podemos obtener de un modelo que parece completamente estático y determinista simplemente reinterpretando sus variables!