Equilibrio parcial competitivo, monopolio y equilibrio general[1]

En capítulos anteriores hemos estudiado el comportamiento de consumidores y empresas individuales, describiendo el comportamiento óptimo cuando los precios del mercado son fijados fuera del control del agente. También se analizó la forma en que usando teoría de los juegos podemos modelar la conducta en mercados oligopólicos en general. Ahora exploraremos las consecuencias del comportamiento de aquellos agentes cuando confluyen en mercados competitivos. En primer lugar, se considerará la determinación de precio y cantidad en un mercado único o grupo de mercados estrechamente relacionados. A continuación, vamos a evaluar a esos mercados desde un punto de vista social. En el camino, se presta especial atención a la estrecha relación entre estructura competitiva de un mercado y su rendimiento social.

1. **Evidencia experimental sobre los mercados competitivos**

Vernon Lomax Smith (1927-) Nobel 2002
An Experimental Study of Competitive Market Behavior
(1962)

Cabe observar que hemos invertido el que usualmente es el orden de tratamiento de estos temas en los libros de microeconomía, que suelen iniciar el análisis con la presentación del caso competitivo, justificándolo en base al criterio de *grandes números de consumidores y productores* para pasar luego a considerar el caso oligopolístico (duopolio, duopsonio, oligopolio y oligopsonio). Pero en un artículo de 1962, el economista Vernon L. Smith informó sobre una serie de juegos experimentales diseñados para estudiar algunas de las hipótesis de la teoría neoclásica de los mercados competitivos. Decía: *Dado que las bolsas accionarias, los bonos y el intercambio de materias primas parecen cumplir con las condiciones de una teoría operacional de la oferta y la demanda, la mayoría de estos experimentos han sido diseñados para simular, en escala modesta, el proceso multilateral de subasta comercial característico de estos mercados organizados. Me gustaría destacar, sin embargo, que son simulaciones de ciertas características clave de los mercados organizados y de los mercados competitivos en general, no simulaciones exhaustivas de un intercambio organizado.*

Una conclusión importante de las simulaciones realizadas por Smith indica que incluso si el número de agentes es "pequeño", existen fuertes tendencias para que se alcance un equilibrio competitivo de oferta y demanda, siempre y cuando se pueda prohibir la colusión y mantener la publicidad absoluta de todas las ofertas y transacciones. La publicidad de cotizaciones y

[1] En este capítulo hemos traducido de Geoffrey A. Jehle y Philip J. Reny, *Advanced Microeconomic Theory* (2011), una parte de los capítulos 4 y 5. He agregado un punto inicial sobre Evidencia experimental sobre los mercados competitivos, un tratamiento de la medición del poder monopólico, y una sección final destinada a la demostración de existencia de un equilibrio general competitivo. En esta demostración se siguió la estrategia del profesor Julio HG Olivera en sus clases sobre Teoría Económica en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA.

ausencia de colusión son las principales características de estos mercados experimentales. Smith y otros investigadores llevaron a cabo posteriormente una serie de experimentos similares para comprobar si esta conclusión era una mera coincidencia. Experimentos posteriores permitieron confirmar el resultado original de Smith. Charles Plott y Vernon Smith obtuvieron en *An Experimental Examination of Two Exchange Institutions* (1978) el mismo resultado general, con el añadido de un giro importante: las **instituciones** del mercado son relevantes.

2. Competencia perfecta

En mercados perfectamente competitivos, compradores y vendedores son lo bastante numerosos para asegurar que ninguno de ellos, por sí solo, tiene la facultad de determinar el precio de mercado. Compradores y vendedores son tomadores de precios, y cada uno decide en su propio interés la acción a tomar, a la vista de circunstancias y objetivos individuales. Como hemos visto, la demanda de un comprador de cualquier bien es resultado de un plan maximizador de utilidad más amplio sobre todos los bienes sujetos a la restricción presupuestaria. De manera similar, la oferta de un vendedor de ese bien es el resultado de un plan general que maximiza las ganancias sujeto al precio de venta de ese bien, las posibilidades tecnológicas y los precios de los insumos. El equilibrio en un mercado competitivo por lo tanto requiere la **compatibilidad simultánea de los planes** de un gran número de diferentes agentes con sus propios intereses dispares y, a menudo, contradictorios.

El lado de la demanda de un mercado se compone de todos los compradores potenciales del bien, cada uno con sus propias preferencias, conjunto de consumo e ingreso. El índice $\mathscr{I} \equiv \{1,\dots, I\}$ corresponderá al conjunto de los compradores individuales y $q_i(p, \mathbf{p}, y_i)$ será la demanda no negativa de i por el bien q en función de su propio precio, p, ingreso, y_i y los precios, $\mathbf{p}$, de las demás mercancías. La demanda de mercado de q no es más que la suma de todas las demandas individuales de los compradores

[20.1] $$q_d(p) \equiv \sum_{i\in\mathscr{I}} q_i(p, \mathbf{p}, y_i).$$

Hay varias cosas que vale la pena destacar en la definición de la demanda de mercado. En primer lugar, $q_d(p)$ da la cantidad total de q demandada por todos los compradores en el mercado. En segundo lugar, como la demanda de cada comprador de q depende no sólo del precio de q sino de los precios de los demás bienes, así, también lo hace la demanda del mercado de q, aunque por lo general no haremos mención explícita de ello. En tercer lugar, mientras que la demanda de un solo comprador depende del nivel de su propio ingreso, la demanda del mercado depende tanto del *nivel agregado* de los ingresos en el mercado como de su *distribución* entre los compradores. Por último, como la demanda individual es homogénea de grado cero en todos los precios y el ingreso del individuo, la demanda de mercado será homogénea de grado cero en todos los precios y el *vector* de los ingresos de los compradores. A pesar de que varias restricciones sobre el sistema de demanda de un individuo se derivan de la maximización de la utilidad, la homogeneidad es la *única* restricción a la demanda del mercado de un solo bien.

El lado de la oferta del mercado se compone de todos los posibles vendedores de q. Sin embargo, a veces distinguimos entre las empresas que son potenciales vendedores a corto plazo y las que son posibles vendedores a largo plazo. Anteriormente, se definió corto plazo como el período de tiempo en el que hay al menos un insumo fijo (por ejemplo, tamaño de planta). En consonancia con esta definición, en el período de mercado de corto plazo, el número de vendedores potenciales es fijo y finito, y limitado a aquellas empresas que ya existen actualmente y son en algún sentido capaces de estar en funcionamiento, simplemente mediante la adquisición de los insumos variables necesarios. Si hacemos que $\mathcal{J} \equiv \{1,..., J\}$ sea el índice de esas empresas, la función de oferta de mercado a corto plazo es la suma de las funciones de oferta individuales de las firmas $q_j(p, \mathbf{w})$ a corto plazo:

[20.2] $$q^s(p) \equiv \sum_{j\in\mathcal{J}} q^j(p, \mathbf{w}).$$

La demanda de mercado y la oferta de mercado en conjunto determinan el precio y la cantidad total negociada. Se dice que un mercado competitivo se encuentra en **equilibrio a corto plazo al precio *p'*** cuando $q_d(p') = q_s(p') = q'$. Geométricamente, esto corresponde a la intersección familiar de las curvas de oferta de mercado y demanda de mercado dibujadas en el plano (p, q). Hay que tener en cuenta que por la construcción de la demanda de mercado y la oferta de mercado, el equilibrio de mercado se caracteriza por algunas características interesantes e importantes: cada comprador tomador de precios está comprando su cantidad óptima del bien al precio actual, y cada empresa precio-aceptante está vendiendo su producción maximizadora de beneficios al precio que prevalece. Por lo tanto, tenemos un verdadero equilibrio en el sentido de que ningún agente en el mercado tiene ningún incentivo para cambiar su comportamiento - cada uno está haciendo lo mejor que puede en las circunstancias a que se enfrenta.[2] Se verán en este capítulo varios ejemplos de su determinación.

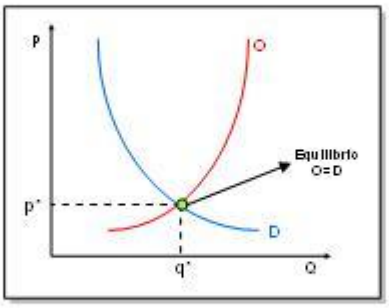


Figura 20.1 Equilibrio Parcial

Ejemplo 20.1 Sea una industria competitiva compuesta por J empresas idénticas. Las empresas producen de acuerdo con la tecnología **Cobb-Douglas**, $q = x^{\alpha} k^{1-\alpha}$, donde x es una variable insumo tal como mano de obra, k es otro insumo tal como tamaño de la planta, fijo en el corto plazo, y $0 < \alpha < 1$. **Se pide** que obtengan la función de beneficios y de oferta a corto plazo de la empresa con esta tecnología. A los precios p, w_x, y w_k, los beneficios máximos son:

[20.3] $$\pi^j = p^{1/1-\alpha} w_x^{\alpha/\alpha-1} \alpha^{\alpha/1-\alpha}(1-\alpha)k - w_k k,$$

y la oferta de producto es

[20.4] $$q^j = p^{\alpha/1-\alpha} w_x^{\alpha/\alpha-1} \alpha^{\alpha/1-\alpha} k.$$

Si $\alpha = 1/2$, $w_x = 4$, y $w_k = 1$, luego, suponiendo que cada empresa opera una planta de tamaño $k = 1$, la oferta de la firma se reduce a $q_j = p / 8$. La función de oferta del mercado con $J = 48$ firmas será

[20.5] $$q^s = 48\,(p/8) = 6p.$$

Supongan ahora que la función de demanda de mercado viene dada por

[20.6] $$q^d = 294/p.$$

[2] Ustedes ya pueden percibir que nos hallamos ante la definición de un **equilibrio de Nash** donde las estrategias de los jugadores (= consumidores y empresas) son las **cantidades** individualmente demandadas y ofrecidas y los **pagos** son las utilidades y los beneficios de los agentes.

Podemos ahora usar [20.3] a [20.6] para resolver en términos del precio de equilibrio de corto plazo, la cantidad de mercado, la producción de cada empresa y los beneficios de cada empresa:

$$p' = 7,$$
$$q' = 42,$$
$$q^j = 7/8,$$
$$\pi^j = 2.0625 > 0.$$

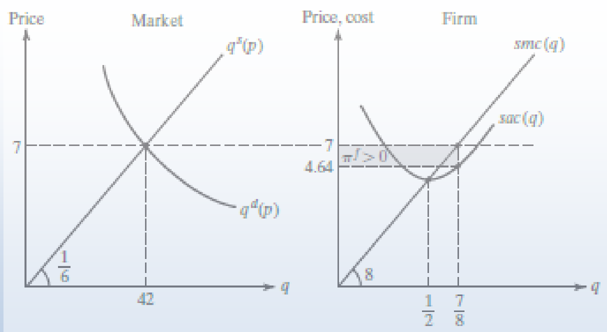


Figura 20.2. Equilibrio de corto plazo en un único mercado

Este equilibrio está ilustrado – a nivel de Mercado y de cada empresa – en la Figura 20.2. Las funciones *sac(q)* y *smc(q)* son las funciones de <u>corto plazo</u> de costo medio y costo marginal, respectivamente.

A largo plazo, no hay insumos fijos en la empresa. Las empresas establecidas - aquellas que ya están produciendo - son libres de elegir los niveles óptimos de todos los insumos, incluyendo, por ejemplo, el tamaño de su planta. También son libres de abandonar la industria en su totalidad. Por otra parte, a largo plazo, nuevas empresas pueden decidir comenzar la producción del bien en cuestión. Por lo tanto, a largo plazo, hay posibilidades de **entrada** y **salida** de empresas. Las firmas entran en la industria en respuesta a beneficios económicos a largo plazo positivos y saldrán en respuesta a beneficios a largo plazo negativos (pérdidas).

En un equilibrio de largo plazo, se requiere no sólo que el mercado esté en equilibrio sino también que ninguna empresa tenga un incentivo a entrar o salir de la industria. Está claro, pues, que los beneficios de largo plazo deben ser no negativos; de lo contrario, las empresas de la industria desearán salir. Por otra parte, debido a que todas las empresas tienen acceso libre a la tecnología de las demás (en particular, las empresas actualmente inactivas tienen acceso a la tecnología de cada empresa que está produciendo), ninguna empresa puede ganar beneficios positivos a largo plazo. De lo contrario, las empresas de fuera de la industria adoptarán la tecnología de la empresa que tiene ganancias positivas y entrarán a la industria.

Beneficio El beneficio *normal* es un componente de los costos (implícitos) y no es un componente de la rentabilidad del negocio en absoluto. Representa el costo de oportunidad, como el tiempo y el esfuerzo que el dueño pasa administrando la firma que podría ser invertido en el funcionamiento de una empresa diferente. El componente de beneficio normal es el beneficio que un empresario considera que vale la pena por invertir su tiempo para hacer funcionar el negocio, es decir, es comparable a la siguiente mejor cantidad que el empresario podría ganar haciendo otro trabajo (valor de oportunidad).

En particular, si la empresa no se incluye como un factor de producción, el beneficio también se puede ver como un retorno al capital para los inversores que incluyen al empresario, lo que equivale al rendimiento del capital al propietario que podría haber esperado en una inversión segura, más una compensación por el riesgo. En otras palabras, el retorno del beneficio normal varía tanto dentro como entre industrias; y es acorde con el nivel de riesgo asociado a cada tipo de inversión, de acuerdo con el espectro riesgo-retorno de la economía. Debe resultar claro ahora que, en un equilibrio competitivo a largo plazo, los beneficios económicos que son considerados como sostenibles por la teoría económica son los *normales*, es decir como aquellos que son compatibles con la configuración existente de capitales asignados a la industria. Todo margen de ganancia distinto al normal dará lugar a la reasignación de recursos presentada en el texto.[3]

Luego, hay *dos* condiciones que caracterizan un equilibrio a largo plazo en un mercado competitivo:

[20.7] $$q^d(p^*) = \sum_{j=1}^{J} q^j(p^*),$$

$$\pi^j(p^*) = 0, \qquad j=1, 2,\ldots, J.$$

La primera condición, simplemente dice que el mercado debe "cerrar" en equilibrio. La segunda dice que los beneficios a largo plazo de todas las empresas de la industria deben ser nulos, de modo que ninguna empresa quiera entrar o salir de la industria.

En contraste con el corto plazo, donde el número de empresas está dado y la condición de equilibrio del mercado determina el precio de equilibrio a corto plazo, el número de empresas a largo plazo no está dado. A largo plazo, por lo tanto, tanto el precio de equilibrio p^* de largo plazo y el número de equilibrio a largo plazo de las empresas J deben ser determinados de forma conjunta. Cualquier par que satisfaga el equilibrio del mercado y las condiciones de beneficio nulo en [20.7] constituye un equilibrio de mercado a largo plazo.

Los dos ejemplos siguientes demuestran que el número de empresas a largo plazo está únicamente determinado cuando la curva de oferta a largo plazo tiene pendiente positiva, pero no así cuando es horizontal. Por otra parte, como la función de demanda del mercado tiene pendiente negativa, el precio de equilibrio a largo plazo se determina de forma única en ambos casos.

Ejemplo 20.2 Supongamos que la función de demanda inversa tiene forma lineal:

[20.8] $$p = 39 - 0.009\,q.$$

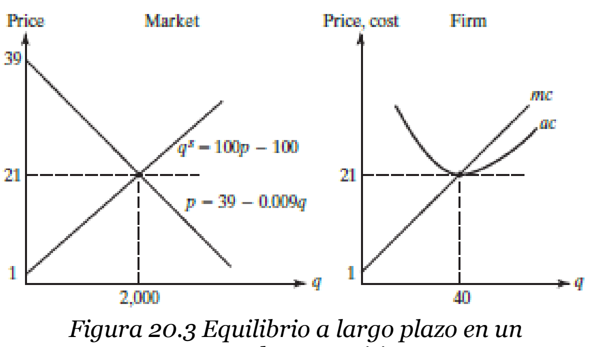


Figura 20.3 Equilibrio a largo plazo en un Mercado competitivo

La tecnología de producción de q es idéntica en todas las empresas, y todas enfrentan idénticos precios de los insumos. La función de beneficio a largo plazo para una empresa representativa viene dada por

[20.9] $$\pi^j(p) = p^2 - 2p - 399,$$

por lo que su función de oferta es

[20.10] $$y^j = d\pi(p)/dp = 2p - 2.$$

Observar que $y^j \geq 0$ requiere que $p \geq 1$.

A largo plazo, el precio de equilibrio de mercado p^* y el número de empresas de equilibrio J deberán cumplir las dos condiciones [20.7]. Por lo tanto, debemos tener

$$(1000/9)(39 - p^*) = J\,(2p^* - 2),$$

$$p^{*2} - 2p^* - 399 = 0.$$

[3] Lipsey, Richard G. An introduction to positive economics (1975).

A partir de la condición de beneficio nulo, obtenemos $p^* = 21$. La sustitución en la condición de equilibrio del mercado brinda $J = 50$. A partir de [20.10] cada empresa produce una producción de 40 unidades en el equilibrio a largo plazo. Este equilibrio de mercado se ilustra en la figura. 20.3. ⊡

Ejemplo 20.3 Examinemos el equilibrio a largo plazo en el mercado del Ejemplo 20.1. Allí, la tecnología era con retornos constantes a escala, $q = x^{\alpha} k^{1-\alpha}$ con x variable y k fijo a corto plazo. Para $\alpha = 1/2$, $w_x = 4$, y $w_k = 1$, las funciones de beneficios a corto plazo y de oferta a corto plazo se reducen a

[20.11] $\pi^j (p, k) = p^2 k/16 - k,$

[20.12] $q^j = pk/8.$

Con una demanda de mercado de

[20.13] $q^d = 294/p$

y 48 empresas en la industria, obtuvimos un precio de equilibrio de corto plazo igual a $p' = 7$, con beneficios por empresa de $\pi^j = 2.0625 > 0$.

A largo plazo, las empresas pueden entrar en respuesta a los beneficios positivos y las empresas establecidas son libres de elegir su tamaño de planta de forma óptima. El precio de mercado se verá impulsado a un nivel en el que el máximo beneficio por empresa es cero. A partir de [20.11], podemos ver que, independientemente del tamaño de la planta elegida de la empresa, esto ocurrirá sólo cuando $p^* = 4$, porque

[20.14] $\pi (p^*, k) = k (p^{*2}/16 - 1) = 0$

para todo k si y solamente si $p^* = 4$.

La condición de equilibrio del mercado con J firmas, cada una operando una planta de tamaño k, requiere que $q_d (p^*) = q_s (p^*)$, o

$$294/4 = 4/8\, J\, k.$$

Esto a su vez requiere que

[20.15] $147 = J\, k.$

Como a precios $p = 4$ los beneficios de las empresas son iguales a cero, independientemente del tamaño de planta k, el equilibrio de largo plazo es compatible con una amplia gama de estructuras de mercado. A partir de [20.14] y [20.15], el equilibrio de largo plazo puede implicar una sola empresa que opere una planta de tamaño $k = 147$, dos empresas cada una con plantas $k = 147/2$, tres empresas con plantas $k = 147 / 3$, y así siguiendo hasta cualquier número J de empresas, cada una con una planta de tamaño $147 / J$. **Esta indeterminación en el número de equilibrio a largo plazo de empresas es un fenómeno común a todas las industrias con rendimientos constantes**. Se les pide que muestren esto en los ejercicios. ⊡

3. Monopolio puro

La competencia perfecta ocupa un extremo polar en un espectro de posibles estructuras de mercado que van desde el "más" al "menos" competitivo. El monopolio puro, la estructura de competencia menos imaginable, está en el extremo opuesto. En el monopolio puro, hay un solo vendedor de un producto para el que no hay sustitutos cercanos en el consumo, y la entrada en el mercado está completamente bloqueada por impedimentos tecnológicos, financieros, o legales.

El monopolista toma a la función de demanda del mercado como dada y elige precio y cantidad para maximizar beneficio. Como el precio más alto que el monopolista puede cobrar por cualquier cantidad dada, q, viene dado por la demanda inversa, $p\ (q)$, la elección de la empresa se puede reducir a la de la elección de sólo q. La firma entonces fija el precio igual a $p\ (q)$.

Como función de q, la ganancia es la diferencia entre ingresos, $r\ (q) = p\ (q)\ q$, y costo, $c\ (q)$. Esto es, $\pi\ (q) \equiv r\ (q) - c\ (q)$. Si $q^* > 0$ maximiza el beneficio, satisface la condición de primer orden $\pi'\ (q^*) \equiv r'\ (q^*) - c'\ (q^*) = 0$. Esto, a su vez, es lo mismo que el requisito de que el ingreso marginal sea igual al costo marginal:

[20.16] $$mr\ (q^*) = mc\ (q^*)$$

El precio de equilibrio será $p^* = p\ (q^*)$, donde $p\ (q)$ es la función de demanda inversa del mercado.

Exploremos un poco más la elección de producción del monopolista. Como $r\ (q) \equiv p\ (q)\ q$, diferenciando para obtener el ingreso marginal da

[20.17] $$mr\ (q) = p\ (q) + q\ dp\ (q)/dq =$$

$$= p(q)\left[1 + (dp\ (q)/dq)\ q/p(q)\right]$$

$$= p\ (q)\ [1 + 1/\epsilon(q)],$$

donde $\epsilon\ (q) = (dp\ (q)/dq)\ q/p(q)$ es la elasticidad de demanda de mercado al nivel de producción q. Supondremos que ϵ (q) es menor que cero, es decir, que la demanda del mercado tiene pendiente negativa. Mediante la combinación de (20.16) y (20.17), q^* satisfará

[20.18] $$p\ (q^*)\ [1 + 1/\epsilon(q^*)] = mc\ (q^*)$$

porque el costo marginal es siempre no negativo. El precio también es no negativo, por lo que debemos tener $|\epsilon\ (q^*)| \geq 1$. Por lo tanto, el monopolista nunca elige una producción en la gama *inelástica* de la demanda de mercado, y esto se ilustra en la Fig. 20.4.

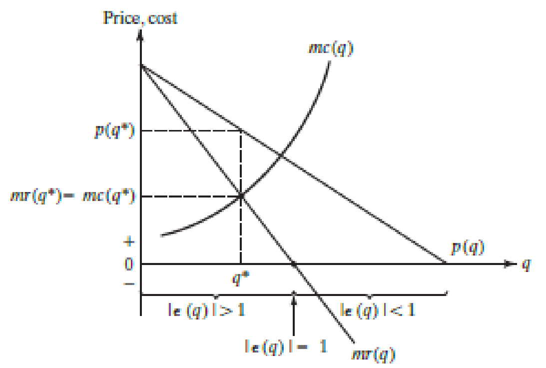


Figura 20.4 Equilibrio en el Monopolio Puro

Reordenando la expresión (20.18), podemos obtener una expresión para el desvío porcentual del precio sobre el costo marginal en el equilibrio del monopolio:

[20.19] $[p\,(q^*) - mc\,(q^*)]/p\,(q^*) = 1/\,|\epsilon(q^*)|$.

Cuando la demanda del mercado es menos que infinitamente elástica, $|\epsilon\,(q^*)|$ será finita y el precio del monopolista será superior al costo marginal de equilibrio. Por otra parte, el precio será superior al costo marginal por una cantidad mayor cuanto más inelástica sea la demanda del mercado, a igualdad de circunstancias.

Medición del poder monopólico La medición y el análisis del monopolio y monopsonio han sido una preocupación fundamental de la organización industrial, y son de importancia obvia en el diseño y aplicación de la política de defensa de la competencia. Buena parte de la literatura reciente se ha centrado en los determinantes estructurales y de comportamiento del monopolio y monopsonio, incluyendo las características de costos y la demanda, y las formas en que las empresas en el mercado interactúan entre sí. El índice de Lerner, introducido por primera vez en 1934 por el economista Abba P. Lerner,[4] ha sido durante años aceptado como la medida estándar de poder de monopolio, y fue utilizado a menudo como un resumen estadístico en aplicaciones de defensa de la competencia.

El índice de Lerner (L) es sólo el margen porcentual entre el precio y el costo marginal, es decir, ***L = (p - mc) / p***. En un mercado estático, donde $|\epsilon\,(q^*)|$ es el valor absoluto de la elasticidad de la demanda que enfrenta la empresa, esta elasticidad determina por completo su poder de monopolio. Esta fórmula sirve para apreciar que un monopolista no tiene por qué tener siempre una elevada rentabilidad, ya que esto dependerá de la elasticidad de la demanda dirigida a su empresa.[5]

Los economistas han venido usando este índice desde que fue formulado, aunque hubo diversas críticas a su consistencia. La más importante tal vez sea la de Eric B. Lindenberg y Stephen A. Ross (*Tobin's Q Ratio and Industrial Organization*, 1981), que el índice "no reconoce que parte del desvío de *p* de *mc* puede provenir de un uso eficiente de la escala o de la necesidad de cubrir costos fijos". Cuando se utiliza el índice para evaluar desvíos del óptimo social de las empresas con rendimientos crecientes a escala, es un error atribuir todo el desvío al ejercicio del poder de monopolio. Los desvíos de los costos marginales son igualmente atribuibles a la ausencia o inviabilidad de sistemas que permitan garantizar subsidios de los compradores para cerrar la brecha entre el costo medio y marginal de las empresas cuando la producción eficiente requiere rendimientos crecientes. En estos casos especiales, los desvíos del óptimo social identificados con los costos marginales no son desvíos de un equilibrio competitivo que sea realmente alcanzable, una cualificación articulada con fuerza por Joseph Schumpeter (*Capitalism, Socialism, and Democracy*, 1942). Esta es una limitación importante, ya que pocas empresas se ajustan a la descripción de libro de texto de la competencia perfecta.

Les cupo a William Landes y Richard Posner (*Market Power in Antitrust Cases*, 1980) introducir un mayor rigor en el análisis del poder de mercado al hacer un uso explícito del índice de Lerner. Comenzaron observando que "el método estándar de prueba de poder de merca-

---

[4] Abba P. Lerner, *The Concept of Monopoly and the Measurement of Monopoly Power*, 1934. Éste fue el primer artículo importante de Lerner en economía del bienestar, donde introdujo la idea de que los monopolios son una cuestión de grado, indicando que su poder depende del exceso del precio sobre el costo marginal, discutiendo también el óptimo de Pareto y la pérdida de bienestar total en los monopolios.

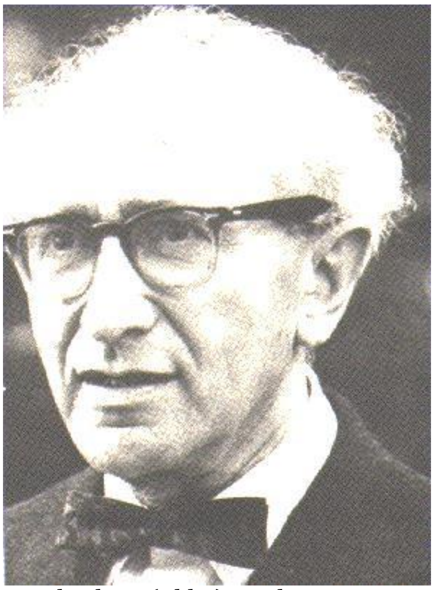
[5] Me serviré en lo que sigue del documento de Kenneth G. Elzinga y David E. Mills, *The Lerner Index of Monopoly Power: Origins and Uses*, 2011.

do en los casos de competencia implica en primer lugar definir un mercado pertinente en el que se calcula la cuota de mercado de la parte demandada, luego calcular esa participación, y finalmente decidir si es lo suficientemente significativa como para permitir una inferencia del grado requerido de poder de mercado. Otras pruebas - por ejemplo, beneficios de la parte demandada, o capacidad de nuevas empresas de poder entrar en el mercado, o discriminación de precios - pueden ser presentadas para reforzar o refutar la inferencia a partir de la cuota de mercado".

Landes y Posner aceptan el índice de Lerner como la medida autorizada de poder de mercado, y escriben que "si conociéramos la elasticidad de demanda a que hace frente la firma. . ., podríamos medir su poder de mercado directamente. . ., sin preocuparnos acerca de su participación en el mercado." Obtienen una versión del índice que identifica la elasticidad-precio de la demanda de un proveedor dominante que comparte un mercado con muchos pequeños productores precio-aceptantes, y demuestran la relación funcional entre poder de mercado, por un lado, y cuota de mercado [s_d], elasticidad de demanda del mercado [ϵ] y elasticidad de oferta de competidores marginales [ε_f], por la otra:

[20.20] $$(p - mc_d)/p = s_d / (|\epsilon| + (1-s_d)\, \varepsilon_f).$$

Su discusión hace hincapié en que, dependiendo de cómo se defina el mercado de referencia, el efecto restrictivo sobre el precio de una empresa dominante puede aparecer en su modesta participación de mercado (mercado en sentido amplio) o en la elasticidad de la demanda del mercado y la oferta de los competidores (mercado definido estrechamente).



Abraham (Abba) Ptachya Lerner (1903-1982)
A Biographical Memoir by David S. Landes (Nat. Ac. Sci., 1994)

Aunque el documento de Landes y Posner sirvió para atraer el interés de la literatura antimonopolio sobre el índice de Lerner, mostrando cómo el índice reúne factores ya ampliamente aceptados como indicadores de poder de mercado, la utilidad de su versión del índice se vio limitada por su contexto estructural. La teoría de la empresa dominante que subyace en su versión del índice no prevé productos diferenciados o interacciones oligopólicas, dos características de los mercados donde las empresas pueden ejercer poder de mercado. Los economistas generalmente están contestes en que, fuera de los libros de texto, casi todas las empresas tienen márgenes positivos de precio/costo. La mayoría de las veces, las empresas con índices de Lerner lo suficientemente importantes como para indicar un peso significativo en el mercado no son "monopolios" en el sentido tradicional de defensa de la competencia, que pone énfasis en las restricciones de producción y la ausencia de competencia. Por el contrario, los márgenes precio-costo de estas empresas pueden reflejar una habilidad superior, mejor previsión y trabajo duro que son resultados de la propia competencia. O bien, puede que un relativamente alto índice de Lerner no refleje nada más que la necesidad de cubrir costos fijos.

La referencia específica al índice de Lerner es más común en la literatura académica de defensa de la competencia que en su aplicación judicial. La relevancia del índice de Lerner, con su enfoque claro sobre precio y costo marginal, es porque dirige la investigación sobre el poder de mercado a la discrecionalidad de fijación de precios de la empresa y la aleja del nivel de beneficios de la empresa, su tamaño absoluto y la retórica de los documentos de la empresa. Comparto con Eizinga y Mills que sin duda, a Lerner le hubiera gustado ver su concepto de grado de poder de monopolio ser ampliamente utilizado en la enseñanza de la microeconomía. Pero él era un teórico que quería aplicar sus teorías. El índice surgió de la búsqueda de Lerner para desarrollar un modelo para una economía de planificación centralizada que, con el tiempo y con más detalle, describió en The Economics of Control (1944).

Contribuir a la teoría de la economía socialista fue un programa de siempre para Lerner, que nunca perdió su entusiasmo por la fijación de precios marginales, ya fuera en una economía socialista o capitalista. De hecho, la apelación de Lerner a los economistas que podrían tener un entusiasmo limitado por el socialismo era su apasionada defensa de la soberanía del consumidor. Lerner nunca se imaginó que su índice fuera a convertirse en una herramienta en el arsenal de defensa de la competencia. No hay evidencia, ya sea de su obra publicada o de sus *papers* recopilados, de que Lerner asignara gran importancia a la política de defensa de la competencia o a la aplicación de su índice para luchar contra los monopolios. A lo largo de la mayor parte de su carrera, Lerner dedicó sus energías a la macroeconomía y a cuestiones de política relacionadas con el desempleo. No vio al monopolio como un problema social importante. Escribió: "Algunos estudios sobre el grado de daño causado por las restricciones monopólicas lo estiman en menos de un uno por ciento de la renta nacional. Estos números también podrían estar subestimados, pero los críticos vociferantes de nuestra sociedad hablan casi como si el monopolio estuviera dilapidando la mayor parte de nuestro producto potencial" (*The Economics and Politics of Consumer Sovereignty*, 1972). Es poco probable que el legado perdurable del índice de Lerner sea su uso práctico en la lucha contra los monopolios. La mayor contribución del índice es aclarar la naturaleza del monopolio y enfatizar las implicancias de los apartamientos de la igualdad $p = mc$.

Trabajos posteriores permitieron confirmar el orden de magnitud estimado por Lerner. Cabe citar, por ejemplo, a Arnold Harberger, quien en *The Measurement of Waste* (1964) halló que la mala asignación de recursos causada por el comportamiento monopolístico en la industria en EE.UU. genera una ineficiencia igual a aproximadamente 0,1 por ciento del PNB de EE.UU. El *triángulo de Harberger*, generalmente atribuido a Arnold Harberger, se refiere a la “pérdida de **peso muerto**” (tal como se mide *DWL* en un gráfico de oferta y demanda, Figura 20.5) asociada a la intervención del gobierno en un mercado perfecto o con un monopolio. Esto puede suceder a través de precios mínimos, impuestos, aranceles o cuotas de importación. También se refiere a la pérdida de peso muerto creado por la falla del gobierno en intervenir

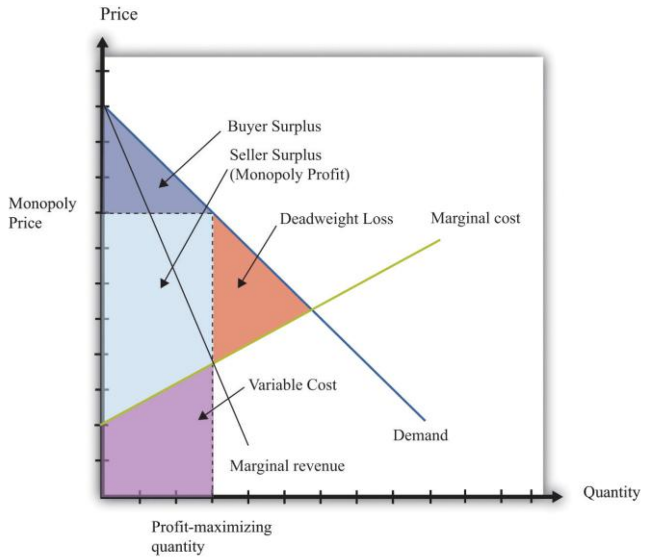


Figura 20.5 Pérdida de peso muerto (deadweight loss) de Harberger

en un mercado con externalidades.[6]

La **razón básica** es que la superficie del triángulo DWL es proporcional al cuadrado de la distorsión. Un montón de pequeñas distorsiones hacen poca diferencia. *Se requieren grandes distorsiones para que pesen en el resultado final*. Conclusión: *No todo lo que importa en teoría importa en la práctica*. Lecciones más amplias que pueden extraerse de esta contribución de Harberger son:

1. Cuando existen distorsiones, es necesario tener una estimación de su *amplitud*;

2. El impacto más importante del monopolio puede cifrarse en un problema de *redistribución* del ingreso nacional, y no necesariamente en la *distorsión* de la producción.

4. <u>Competencia monopolística</u>

En competencia monopolística, hay un grupo de empresas relativamente importante que venden productos *diferenciados* que los compradores ven como sustitutos próximos, aunque no perfectos, entre sí. Por lo tanto, cada empresa dispone de un margen limitado de poder de monopolio en el mercado para su variante particular de producto, aunque los mercados de las diferentes variantes están estrechamente relacionados. Las empresas producen sus productos con una tecnología similar. En un grupo de competencia monopolística, se produce entrada cuando una nueva firma introduce una variante previamente inexistente del producto.

Supongan que hay un número potencialmente infinito de posibles variantes de producto $j = 1, 2, \ldots$. La demanda del producto j depende de su propio precio y de los precios de todas las otras variantes. Escribimos la demanda de j como

[20.21] $$q^j = q^j(\mathbf{p}) \text{ donde } \partial q^j/\partial p^j < 0 \text{ y } \partial q^j/\partial p^k > 0 \text{ para } k \neq j,$$

y $\mathbf{p} = (p^1, \ldots, p^j, \ldots)$. Además, suponemos que siempre hay algún precio $p^j > 0$ al que la demanda de j es cero, independientemente de los precios de los otros productos.

Claramente, los beneficios de una empresa dependen de los precios de todas las variantes; siendo la diferencia entre ingresos y costos:

[20.22] $$\pi^j(\mathbf{p}) = q^j(\mathbf{p})\, p^j - c^j(q^j(\mathbf{p})).$$

En competencia monopolística pueden distinguirse dos clases de equilibrios: a corto plazo y a largo plazo. En el corto plazo, un número finito fijo de empresas activas elige el precio para maximizar sus ganancias, dados los precios elegidos por las otras. En un equilibrio de largo plazo, también se pueden tomar decisiones de entrada y salida. Consideraremos ahora cada tipo de equilibrio.

Supongan que $j = 1, \ldots, J^0$ son las empresas activas en el corto plazo. Para simplificar, ponemos el precio "*cargado*" por cada empresa inactiva k como p^{0k} para asegurar que ninguna de

[6] Hay economistas (James Tobin) que parecen compartir la opinión de Harberger de que las pérdidas de peso muerto no tienen prácticamente impacto en la economía; por su parte, los hay también como Martin Feldstein, que tienden a pensar que las mismas pueden afectar gravemente las tendencias económicas a largo plazo desplazando la tendencia hacia abajo, y provocando un aumento de las pérdidas a largo plazo.

ellas produce. (Para facilitar la notación, por el momento no vamos a hacer mención explícita de las empresas inactivas.)

Ahora supongan que $\mathbf{p} = (p^{*1},..., p^{*j})$ es un equilibrio de Nash a corto plazo. Si $p^{*j} = p^{oj}$, entonces $q^j\,(\mathbf{p}^*) = 0$ y la empresa *j* sufrirá pérdidas iguales al costo fijo a corto plazo, $\pi^j = -c^j\,(0)$. Sin embargo, si $0 < p^{*j} < p^o$, entonces la empresa *j* tendrá producción positiva y $\mathbf{p}^*$ debe satisfacer las condiciones de primer orden para un máximo interior de [20.22]. Estas pueden escribirse

$$[20.23] \qquad \partial q^j\,(\mathbf{p}^*)/\partial p^j\,[mr^j\,(q^j\,(\mathbf{p}^*)) - mc^j\,(q^j\,(\mathbf{p}^*))] = 0$$

donde se hizo uso de la relación [20.17]. Debido a que $\partial q^j / \partial p^j < 0$, esto se reduce a la exigencia familiar que precio y producción sean elegidos a fin de equiparar el ingreso marginal y el costo marginal. Como de costumbre, el competidor monopolista puede tener ganancias a corto plazo positivas, negativas o cero.

A largo plazo, las empresas salen de la industria si sus beneficios son negativos. Para analizar el largo plazo, suponemos que cada variante tiene sustitutos arbitrariamente próximos que se pueden producir al mismo costo. Bajo este supuesto, los beneficios positivos a largo plazo para cualquier empresa individual inducirán la entrada de forma arbitraria de muchas empresas que producen sustitutos cercanos. Como de costumbre, un equilibrio a largo plazo requiere que haya no haya ningún incentivo para la entrada o salida. En consecuencia, debido a nuestra hipótesis, los beneficios máximos alcanzables de todas las empresas deben ser

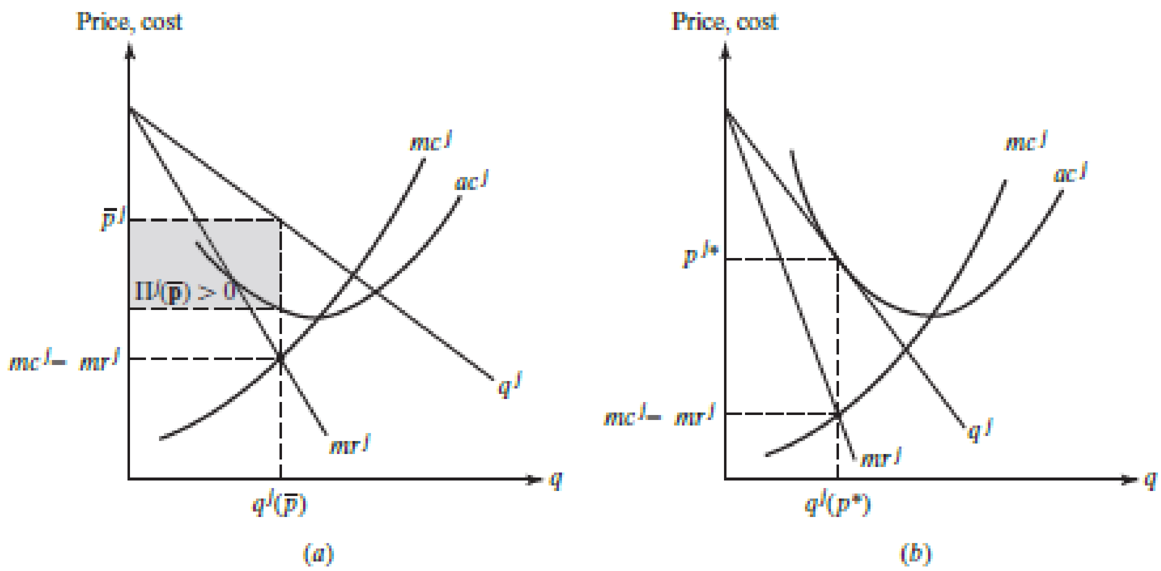


Figura 20.6 <u>Equilibrio a corto plazo</u> (izquierda) y <u>a largo plazo</u> (derecha) <u>de la empresa en competencia monopolística</u>. La entidad maximiza sus beneficios y produce una cantidad en la que el ingreso marginal (mr^j) es igual a su costo marginal (mc^j). La diferencia entre el ingreso medio y el costo medio multiplicada por la cantidad vendida (q^j), da el beneficio total de la empresa (de color gris en el gráfico). A largo plazo, la empresa sigue produciendo en el punto en el que costo marginal es igual a ingreso marginal, sin embargo la curva de demanda se ha desplazado con la entrada de otras empresas atraídas por los beneficios obtenidos. La firma no vende sus bienes por encima del costo medio y ya no obtiene un beneficio económico.

negativos o cero, y los de todas las empresas activas deben ser exactamente cero.

Supongamos que $\boldsymbol{p}^*$ es un vector de precios de equilibrio de Nash a largo plazo. Luego las *dos* condiciones siguientes deberán cumplirse en todas las empresas activas *j*:

[20.24] $\quad \partial q^j(\mathbf{p}^*)/\partial p^j\,[mr^j(q^j(\mathbf{p}^*)) - mc^j(q^j(\mathbf{p}^*))] = 0$

[20.25] $\quad \pi^j(q^j(\mathbf{p}^*)) = 0.$

Los equilibrios a corto plazo y a largo plazo de una empresa representante activa se ilustran en la Figura 20.6, que muestra la tangencia entre las funciones de demanda y de costo medio en equilibrio a largo plazo implicado por [20.24] y [20.25].

5. Equilibrio y bienestar

Hasta aquí, nos hemos preocupado por cuestiones de determinación de precio y cantidad bajo diferentes estructuras de mercado. Examinamos los incentivos y las circunstancias de los agentes en condiciones de competencia, monopolio y otras formas de competencia imperfecta, y se determinó el resultado de equilibrio correspondiente del mercado. En esta sección, cambiamos nuestro enfoque de "predicción" a otro de "evaluación" y hacemos otro tipo de preguntas. Dando por sentado que las diferentes estructuras de mercado dan lugar a resultados diferentes, ¿existen medios para evaluar estos diferentes resultados de mercado desde el punto de vista social? ¿Podemos juzgar a algunos como "mejores" o "peores" que otros, de forma bien definida y significativa? Para responder a preguntas como éstas, nuestro enfoque debe pasar de lo puramente positivo a lo esencialmente normativo.

Los juicios de valor, invariablemente, motivan y guían la política económica en cuestiones que van desde los impuestos a la regulación de las empresas e industrias. Cuando el gobierno interviene para influir en los resultados del *laissez-faire*, diferentes agentes a menudo se verán afectados de manera muy diferente. Por lo general, algunos *ganarán*, mientras que otros *perderán*. Cuando el bienestar del agente individual es una consideración importante en la formulación de la política social, en realidad hay dos tipos de cuestiones planteadas. En primer lugar, tenemos que hacer la pregunta positiva: ¿cómo afectará la política propuesta al bienestar del individuo? En segundo lugar, tenemos que hacer la pregunta normativa mucho más difícil: ¿cómo debemos sopesar los diferentes efectos en diferentes individuos y llegar a un juicio de interés de la sociedad? Aquí nos concentramos en la primera serie de cuestiones, y sólo chapucearemos en la segunda, dejando su tratamiento más completo para un capítulo posterior.

5.1 Los precios y el bienestar individual

A menudo el caso es que el efecto de una nueva política se reduzca esencialmente a un cambio en los precios que enfrentan los consumidores. Impuestos y subsidios son ejemplos obvios. Para llevar a cabo el tipo de análisis del bienestar que tenemos en mente, entonces, necesitamos saber cómo el precio de un bien afecta al bienestar de una persona. Para simplificar las cosas, supongamos que el precio de cualquier otro bien, excepto el del bien q, quedan fijos a lo largo de nuestra discusión. Esta es la esencia del enfoque de equilibrio parcial.

Así, si el precio del bien q es p, y el vector de todos los demás precios es $\mathbf{p}$, entonces en vez de escribir la utilidad indirecta del consumidor como $v(p, \mathbf{p}, y)$, nos limitaremos a escribir $v(p,y)$. Del mismo modo, hemos de suprimir el vector $\mathbf{p}$ de otros precios en la función de gasto del consumidor, y también en las funciones de demanda marshalliana e hicksiana. De hecho, será conveniente introducir una mercancía compuesta, m, como la cantidad de ingreso gastado en todos los bienes que no sean q. Si $\boldsymbol{x}\,(p, \mathbf{p}, y)$ denota al vector de demanda para todos los demás bienes, entonces la *demanda de la mercancía compuesta* será $m\,(p, \mathbf{p}, y) \equiv \mathbf{p}\cdot \boldsymbol{x}\,(p, \mathbf{p}, y)$, que denotamos simplemente como $m\,(p, y)$.

En un ejercicio al final de este capítulo, se pide mostrar que si la función de utilidad del consumidor sobre todos los bienes, $u\,(q, x)$, satisface nuestras hipótesis estándar, luego, la función de utilidad sobre los dos bienes q y m, $u^*\,(q, m) \equiv max_x\, u\,(q, x)$ sujeto a $p \cdot x \leq m$, también satisface estos supuestos. Por otra parte, podemos usar u^* para analizar el problema del consumidor como si hubiera sólo dos bienes, q y m. Es decir, las demandas de los consumidores para q y m, $q\,(p, y)$ y $m\,(p, y)$, respectivamente, resuelven

$$max_{q,m}\, u^*\,(q, m) \text{ sujeto a } p\, q + m \leq y,$$

y el valor maximizado de u^* es $v\,(p, y)$.

Consideremos ahora la siguiente situación en la que un economista típico podría hallarse en la práctica. El gobierno local está considerando un plan para modernizar las instalaciones de tratamiento de agua de la comunidad. Las renovaciones previstas mejorarán la eficiencia de la instalación y tendrán como resultado una disminución del precio del agua. El costo de las mejoras será compensado por un *impuesto al agua* de única vez. La pregunta es: ¿debería llevarse a cabo la mejora? Si las preferencias de la comunidad son fundamentales, el problema se reduce a esto: ¿estarían los consumidores dispuestos a pagar el impuesto adicional para obtener la reducción del precio del agua?

Para responder a esta pregunta, supongamos que nuestro economista cuenta con datos de la demanda de agua de cada consumidor. En particular, él conoce la curva de demanda marshalliana de cada consumidor correspondiente a su nivel actual de ingreso. Resulta que a partir de esto, se puede determinar con bastante precisión la cantidad que cada consumidor estaría dispuesto a pagar por la reducción de precios. Veamos cómo se hace esto.

Consideren un consumidor particular, cuyo ingreso es y^o. Supongan que el precio inicial de agua es p^o y que este precio bajará a p^1, como resultado del proyecto de mejora. Con v denotamos la función de utilidad indirecta del consumidor, $v\,(p^o, y^o)$ que indica su utilidad antes de la caída de precios y $v\,(p^1, y^o)$ su utilidad después. Ahora, la cantidad de ingresos que el consumidor está dispuesto a renunciar a la disminución del precio será lo suficiente para que al nivel de precios e ingreso más bajo esté tan bien como al nivel inicial de precios e ingreso más alto. Haciendo que CV denote este cambio en el ingreso del consumidor que lo dejó tan bien después de la caída de los precios como estaba antes, tenemos que

$$v\,(p^1, y^o + CV) = v\,(p^o, y^o). \tag{20.26}$$

Nótese que en este ejemplo, CV es no positivo porque v es no creciente en p, creciente en y, y $p^1 < p^o$. CV sería no negativo para un incremento de los precios ($p^1 > p^o$). En cualquier caso, [20.26] sigue siendo válida. Este cambio del ingreso, CV, necesario para mantener constante la utilidad de un consumidor como consecuencia de un cambio de precio, se llama la **variación compensatoria**, y fue sugerida originalmente por Hicks.

La idea se ilustra en la figura 20.7, donde las curvas de indiferencia son de $u\ (q, m)$. El consumidor está inicialmente en Q, disfrutando de utilidad $v\ (p^o, y^o)$ en la curva de indiferencia IC_1. Cuando el precio cae a p^1, la demanda del consumidor se mueve al punto R y la utilidad se eleva a $v\ (p^1, y^o)$ en la curva IC_2. Con los nuevos precios p^1, el ingreso de este consumidor debe reducirse a y^o+CV (recordar que $CV < 0$ aquí) para volver al nivel de utilidad inicial $v\ (p^o, y^o)$ en el punto S.

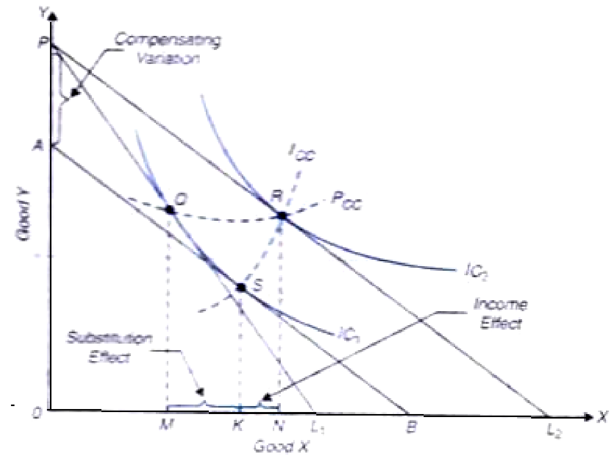


Fig. 8.43. Price Effect Split up into Substitution and Income Effects through Compensating Variation Method

Figura 20.7

La ecuación [20.26] y la figura 20.7 sugieren otra forma de mirar la CV. Utilizando la identidad familiar entre función de utilidad indirecta y función de gasto, sustituyendo a partir de [20.26], debemos tener

[20.27] $$e\ (p^1, v\ (p^o, y^o)) = e\ (p^1, v\ (p^1, y^o + CV))$$

$$= y^o + CV.$$

Como también sabemos que $y^o = e\ (p^o, v\ (p^o, y^o))$, podemos sustituir en [20.27], reordenar, y escribir

[20.28] $$CV = e\ (p^1, v^o) - e\ (p^o, v^o),$$

donde se ha indicado que $v^o \equiv v(p^o, y^o)$ representa el nivel de utilidad base de los consumidores frente a los precios y el ingreso base. Ahora bien, sabemos que la demanda Hicksiana por ese bien q (por el Lema de Shephard) viene dada por la derivada parcial de la función de gasto con respecto al precio. A partir de ello y de [20.28], podemos escribir

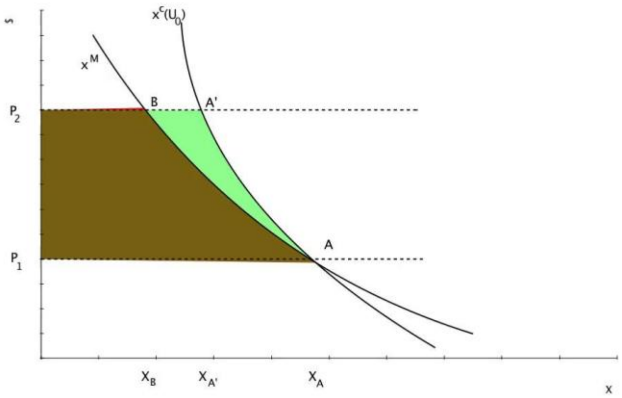


Figura 20.8 Excedente del Consumidor: Área marrón al cambiar el precio de P_1 a P_2

[20.29] $$CV = e\ (p^1, v^o) - e\ (p^o, v^o)$$

$$= \int_{p^o}^{p^1} [\partial e\ (p, v^o)/\partial p]\ dp$$

$$= \int_{p^o}^{p^1} q^h\ (p, v^o)\ dp.$$

Nótese entonces que cuando $p^1 < p^0$, *CV* es el negativo de la zona a la izquierda de la curva de demanda Hicksiana para el nivel de utilidad base v^0 entre p^1 y p^0, y si $p^1 > p^0$, *CV* es positivo y simplemente igual a esa zona. Esto es contemplado de forma automática en [20.29] porque hay que cambiar el signo de la integral cuando se intercambian los límites de integración. En la figura 20.8, *CV* es por lo tanto igual al (negativo del) área verde-y-marrón entre p^0 y p^1. Estudien [20.29] y la figura 20.8 cuidadosamente. Ustedes verán, como sugiere el sentido común, que si la variación de precios es positiva ($p > p^0$), será necesario un ajuste positivo de la renta para restablecer el nivel original de utilidad ($CV > 0$), y si baja el precio ($p < p^0$), un ajuste negativo del ingreso restablecerá el nivel de utilidad inicial ($CV < 0$).

La variación compensadora tiene sentido como una medida denominada en pesos del impacto en el bienestar que tendrá un cambio del precio. Por desgracia, sin embargo, hemos visto que la *CV* será siempre el área a la izquierda de alguna curva de demanda *Hicksiana*, y las curvas de demanda Hicksianas no son tan fácilmente observables como las marshallianas. Por supuesto, con suficientes datos sobre el sistema de demanda marshalliana del consumidor a diferentes precios y niveles de ingreso, a través de métodos de integración se puede recuperar la demanda Hicksiana del consumidor y calcular directamente la CV. Sin embargo, nuestro economista sólo tiene acceso a la curva de demanda del consumidor por este bien correspondiente a un nivel fijo de ingresos. Y esto no es generalmente suficiente información para recuperar la demanda Hicksiana.

A pesar de ello, todavía podemos aprovechar la relación entre la demanda Hicksiana y la demanda marshalliana expresada por la ecuación de Slutsky para obtener una estimación de *CV*. Recordemos que la demanda marshalliana recoge el efecto total de un cambio de precio, y la hicksiana sólo recoge el efecto sustitución. Las dos serán en general, por lo tanto, divergentes, y divergen precisamente por el efecto-ingreso de un cambio del precio. En la figura 20.8, esto se ilustra en el caso donde q es un bien normal, por la desviación horizontal entre las dos curvas en todas partes excepto en p^1.

Vinculamos ahora la idea de Hicks de variación compensadora con la noción de **excedente del consumidor**, ya que este último es fácil de medir directamente con la demanda Marshalliana. Recordemos que en el par precio-ingreso (p^0, y^0), el excedente del consumidor, $CS(p^0, y^0)$, es simplemente el área bajo la curva de demanda (dado y^0) y por encima del precio, p^0. En consecuencia, las áreas sombreadas combinadas en la figura 20.8 resultan igual a la ganancia de excedente del consumidor debido a la caída de los precios de p^0 a p^1. Es decir,

$$[20.30] \qquad \Delta CS \equiv CS(p^1, y^0) - CS(p^0, y^0) = \int_{p^1}^{p^0} q(p, y^0)\, dp.$$

Como se puede ver, ΔCS siempre será de signo opuesto a *CV*, y diverge en valor absoluto de *CV* cada vez que la demanda dependa de algún modo del ingreso del consumidor, debido al efecto-ingreso de un cambio del precio. Como queremos saber cuál es la *CV* pero sólo podemos calcular ΔCS, una pregunta natural surge inmediatamente. ¿Qué tan buena *aproximación* de *CV* nos proporciona ΔCS?

La respuesta es que mientras la reducción del precio de p^0 a p^1 no sea demasiado grande, de hecho nuestro economista podrá obtener una estimación muy buena de la disposición al pago de cada uno de los consumidores por la nueva planta de tratamiento de agua. Sobre esta base, se puede tomar una decisión informada en cuanto a quién sería gravado y en cuánto.

Antes de continuar, cabe hacer una advertencia: cuando sólo se conoce la curva de demanda del mercado, a diferencia de las curvas de demanda individuales, el cambio de excedente del consumidor (una vez más por pequeñas disminuciones de precios, por ejemplo) proporcionará una buena aproximación a la cantidad total de ingresos que los consumidores están dispuestos a renunciar por la disminución del precio. Sin embargo, es muy posible que algunos de ellos estén dispuestos a renunciar a más ingresos que otros (los usuarios de *agua pesada,* por ejemplo). En consecuencia, el análisis de la demanda del mercado bien podría indicar que la disposición total a pagar excede al costo total del proyecto, lo que implicaría que hay alguna manera de distribuir el costo del proyecto entre los consumidores por lo que todo el mundo estará mejor después de pagar su parte del costo y disfrutar el precio más bajo. Sin embargo, no daría ninguna pista sobre la forma en que el costo total debe distribuirse entre los consumidores.

5.2 Eficiencia del Resultado Competitivo

Mas naides se crea ofendido
Pues a ninguno incomodo,
Y si canto de este modo,
Por encontrarlo oportuno,
No es para mal de ninguno
Sino para bien de todos.
(La Vuelta de Martín Fierro, Capítulo XXXIII)

En el ejemplo que acabamos de considerar, parecía claro que el proyecto debe implementarse si después de tomar en cuenta tanto los costos como los beneficios, todo el mundo podría quedar mejor. En general, cuando es posible lograr que alguien mejore y nadie quede en peores condiciones, se dice que se puede lograr una **mejora de Pareto** o **paretiana**. Si no hay ninguna manera en absoluto de lograr una mejora de Pareto, entonces se dice que la situación es **Pareto-eficiente**. Es decir, una situación es Pareto-eficiente si no hay manera de lograr que alguien mejore sin que alguien empeore.

La idea de eficiencia de Pareto es un fenómeno generalizado en la economía y se utiliza a menudo como un medio para evaluar el rendimiento de un sistema económico. La idea básica es que si un sistema económico se ha de considerar como funcionando bien, entonces dada la distribución de los recursos a que da lugar, no debería ser posible redistribuirlos de manera que resulte una mejora de Pareto. Vamos a seguir esta idea de manera más sistemática más adelante. Por ahora, nos limitamos a la siguiente pregunta: ¿cuál, en su caso, de los tres tipos de competencia en el mercado - la competencia perfecta, el monopolio, o el oligopolio de Cournot - funciona bien en el sentido de que con ellos se obtiene un resultado óptimo de Pareto?

Tengan en cuenta que la diferencia entre las tres formas de competencia no es más que por los precios y las cantidades que se determinen. Por ejemplo, si una industria perfectamente competitiva fuera adquirida por un monopolista, el precio se elevaría desde el precio de equilibrio perfectamente competitivo hasta el precio que maximiza el beneficio del monopolista y la cantidad del bien producido y consumido caería. Nótese, sin embargo, que en ambos casos, el par precio-cantidad es un punto de la curva de demanda del mercado. Lo mismo puede decirse de la solución del oligopolio de Cournot. En consecuencia, podríamos preguntar también: ¿qué pares precio-cantidad en la curva de demanda de mercado dan lugar a resultados Pareto-eficientes? Ahora dirigimos nuestra atención a dar una respuesta a esta pregunta.

Para simplificar la discusión, vamos a suponer a partir de ahora sólo hay un productor y un consumidor. (Los argumentos se generalizan.) Se hace referencia ahora a la figura 20.9, que representa la demanda marshalliana del consumidor (y por lo tanto del mercado) $q\ (p, y^o)$, su demanda compensada hicksiana $q^h\ (p, v^o)$, donde $v^o = v\ (p^o, y^o)$, y la curva de costo marginal de la empresa, $mc\ (q)$. Tengan en cuenta entonces que si esta firma se comportara como un competidor perfecto, el par de equilibrio precio-cantidad sería determinado por la intersección de las dos curvas, ya que la curva de oferta de una empresa competitiva coincide con su curva de costo marginal por encima del mínimo de sus costos variables medios. (Hemos supuesto que los costos variables medios se reducen al mínimo en $q = 0$.)

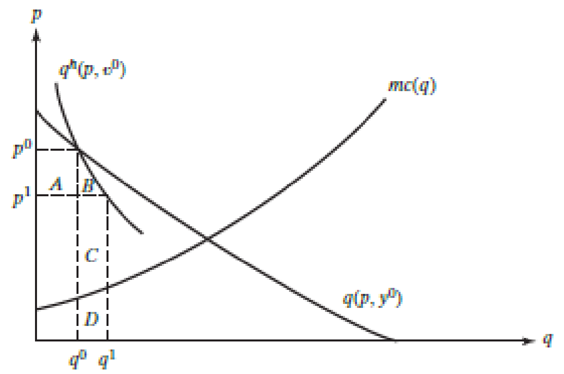


Figura 20.9 Ineficiencia del equilibrio de monopolio

Consideremos ahora el par precio-cantidad (p^o, q^o) en la curva de demanda del consumidor por encima del punto competitivo en la Fig. 20.9. Deseamos argumentar que este resultado de mercado no es Pareto-eficiente. Para ello, sólo necesitamos demostrar que podemos redistribuir los recursos de una manera que hace que alguien quede mejor y nadie peor. A tal efecto, consideremos la reducción del precio de q de p^o a p^1. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar el consumidor por esta reducción? Como ahora sabemos, la respuesta es el valor absoluto de la variación compensadora, que, en este caso, es la suma de las áreas A y B en la figura. Vamos entonces a reducir el precio a p^1 y tomar $A + B$ unidades de ingresos del consumidor. Luego, quedará tan bien como antes, y ahora demandará q^1 unidades del bien de acuerdo con su demanda compensada Hicksiana. Para cumplir con la demanda adicional de q, vamos a insistir en que la empresa realice suficiente producción adicional para satisfacerla.

Por lo tanto, hasta este punto, hemos bajado el precio a p^1, aumentado la producción a q^1, y recaudado $A + B$ pesos por parte del consumidor, y el consumidor quedó tan bien como antes de que se hicieran estos cambios. Por supuesto, el cambio de precio-cantidad tendrá un efecto sobre los beneficios obtenidos por la empresa. En particular, si $c\ (q)$ denota el costo de producir q unidades de producto, luego el cambio en los **beneficios** de la empresa será

$$[p_1\, q_1 - c\,(q_1)] - [p_0\, q_0 - c\,(q_0)] = [p^1\, q^1 - p^o\, q^o] - [c\,(q_1) - c\,(q_0)]$$

$$= [p^1\, q^1 - p^o\, q^o] - \int_{q_0}^{q^1} mc\,(q)\, dq$$

$$= [C + D - A] - D = C - A.$$

En consecuencia, si después de realizar estos cambios, le damos a la firma una parte A del dinero $A + B$ pagado por el consumidor, la empresa habrá salido adelante estrictamente en C pesos. Luego, podremos ofrecerle al consumidor la parte de B pesos que nos sobran por lo que, al final, tanto el consumidor como la empresa quedarán estrictamente mejor como resultado de los cambios que hemos hecho.

De este modo, arrancando con los resultados del mercado (p^o, q^o), hemos logrado que tanto el consumidor como la empresa queden estrictamente mejor simplemente mediante la redistribución de los recursos disponibles. En consecuencia, la situación original no era Pareto eficiente.

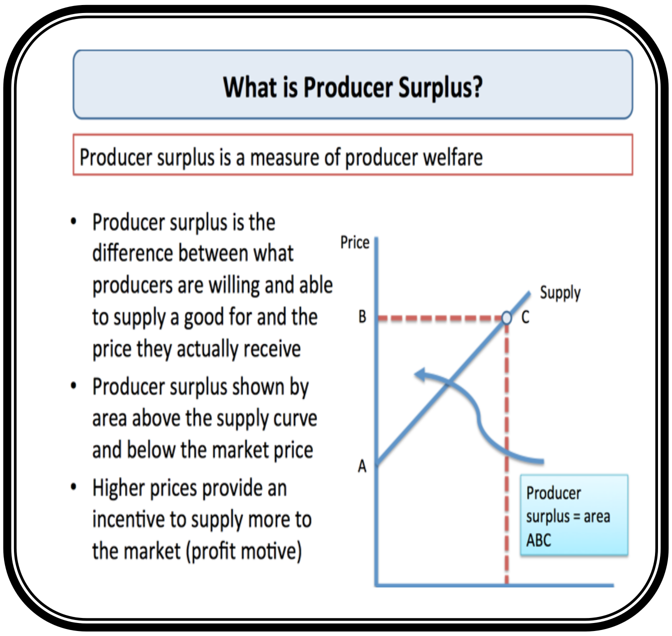
Un argumento similar se aplica a pares precio-cantidad en la curva de demanda marshalliana del consumidor que se hallen por debajo del punto competitivo. Por lo tanto, el único par de precio y cantidad que posiblemente dará lugar a un resultado óptimo de Pareto es la competencia perfecta - y de hecho lo hace. No vamos a enunciar el argumento aquí porque surgirá a partir de un análisis más general. *Sin embargo, los animo a comprobar que el esquema particular utilizado para obtener una mejora de Pareto no funciona cuando se comienza en el equilibrio competitivo.* (Ningún otro esquema producirá tampoco una mejora de Pareto).

De este modo, la conclusión es que *el único par precio- cantidad que da lugar a un resultado óptimo paretiano es la competencia perfecta*. En particular, ni el resultado de monopolio ni el resultado del oligopolio de Cournot son Pareto eficientes.

Observamos también que no podemos concluir de este análisis que forzar a un monopolio a comportarse de manera diferente de lo que sería su decisión deba resultar necesariamente en una mejora paretiana. Bien puede reducir el precio y aumentar la cantidad ofrecida, pero a menos que los consumidores que están mejor por este cambio compensen al monopolista que está en peor situación, la medida no será Pareto-superior.

5.3 Eficiencia y Maximización del Excedente Agregado

Hemos visto que el excedente del consumidor está cerca de constituir una medida monetaria de las ganancias que van al consumidor como consecuencia de la adquisición del bien en cuestión. Es más sencillo encontrar una manera exacta de medir el valor monetario al productor por la venta de bienes al consumidor. Esta cantidad, llamada *excedente del productor*, no es más que los ingresos de la empresa por encima de sus costos variables.



Ahora parecería que para obtener un resultado eficiente, el *excedente total* - la suma de los excedentes de los consumidores y de los productores - debe ser maximizado. De lo contrario, productor y consumidor podrían quedar mejor mediante la redistribución de recursos a fin de aumentar el excedente total, y luego dividirse el mayor superávit entre ellos de modo que cada uno obtenga estrictamente más excedente que antes.

Pero tengamos cuidado. El excedente del consumidor exagera los beneficios monetarios del consumidor toda vez que hay efectos-ingreso presentes y el bien es normal. A pesar de esto, sin embargo, bajo el supuesto de que la demanda tiene pendiente negativa y los costos marginales de la empresa son crecientes, no se alcanzará la eficiencia a menos que la suma de los excedentes del consumidor y productor alcance realmente un máximo.

Para ver esto, consideren de nuevo el caso de un solo consumidor y un único productor representado en la Figura 20.10 y consideren un par arbitrario precio-cantidad (*p, q*) en la curva de demanda (luego $p = p(q)$, donde $p(\cdot)$ es la función inversa de demanda). Anteriormente se ha definido al excedente del consumidor en *(p, q)* como el área bajo la curva de demanda y arriba del precio *p*. Es fácil ver que podemos expresar esa misma área, y también el excedente del consumidor, como el área bajo la curva de demanda inversa hasta *q* menos el área del rectángulo $p(q)\, q$. Por lo tanto, podemos expresar la suma de los excedentes del consumidor y del productor como

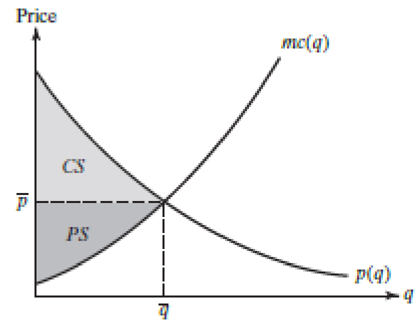


Figura 20.10 La suma de los Excedentes del Productor y del Consumidor se maximiza en el Equilibrio del Mercado Competitivo

$$CS + PS = \left[\int_0^q p(\xi)\, d\xi - p(q)\, q\right] + \left[p(q)\, q - tvc(q)\right]$$

$$= \int_0^q p(\xi)\, d\xi - tvc(q)$$

$$= \int_0^q \left[p(\xi) - mc(q)\right] d\xi$$

La última línea es consecuencia de que $\int_0^q mc(\xi)\, d\xi = c(q) - c(0)$. Como $c(0)$ es el costo fijo y $c(q)$ es el costo total, la diferencia $c(q) - c(0)$ es el costo variable total, $tvc(q)$. La elección de q para maximizar esta expresión conduce a la condición de primer orden

$$p(q) = mc(q)$$

que tiene lugar, precisamente, en la cantidad del equilibrio perfectamente competitivo cuando la demanda es decreciente y los costos marginales son crecientes, como en la figura 20.10.

De hecho, es esta relación entre precio y costo marginal la responsable de la conexión entre el análisis en la sección anterior y el actual. *Siempre que el precio y el coste marginal difieran, se puede implementar una mejora paretiana como la empleada en la sección anterior. Y, como acabamos de ver, cada vez que el precio y el coste marginal difieren, el excedente total puede ser aumentado*.

Una vez más, una advertencia: aunque la eficiencia de Pareto requiere que se maximice el excedente total, una mejora de Pareto no necesariamente resulta simplemente de que el excedente total se haya incrementado. A menos que los que ganan compensen a los que pierden como resultado del cambio, el cambio no es una mejora de Pareto.

Hemos visto que cuando los mercados son imperfectamente competitivos, el equilibrio de mercado en general, implica precios superiores al costo marginal. Sin embargo, *precio igual a costo marginal* es una condición necesaria para un máximo del excedente agregado de consumidores y productores. Por lo tanto, no debería sorprender que los resultados de equilibrio en la mayoría de los mercados más imperfectamente competitivos no sean Pareto-eficientes.

6. Equilibrio General

6.1 Descentralización y Existencia de Equilibrio

Aquí damos un primer vistazo a las preguntas de equilibrio y distribución en un sistema económico más sofisticado. En un sistema de mercado perfectamente competitivo, todas las transacciones entre individuos están mediadas por mercados impersonales. El comportamiento en el mercado de consumidores se guía únicamente por su propio interés personal, y cada consumidor, ya sea actuando como comprador o vendedor, es insignificante individualmente en todos los mercados, sin poder para afectar los precios vigentes. El equilibrio en cada mercado por separado se logra cuando la totalidad de las decisiones de los compradores son compatibles con la totalidad de las decisiones de los vendedores al precio vigente en el mercado. El equilibrio en el sistema de mercados se logra cuando las demandas de los compradores se ajustan a los suministros de los vendedores a los precios vigentes en cada mercado de forma simultánea.

Una característica notable del modelo competitivo que vamos a desarrollar aquí es su naturaleza *descentralizada*. Cada consumidor, plenamente consciente de los precios de los bienes que prevalecen en todos los mercados, demanda una canasta que es la mejor para él, *sin necesidad de tener en cuenta lo que otros consumidores podrían exigir, estando completamente seguro de que ha tenido lugar producción suficiente*. Del mismo modo, los productores, también plenamente conscientes de los precios vigentes de todos los bienes (tanto de insumos como de productos), eligen cantidades de producción que maximizan sus beneficios, *sin necesidad de considerar lo que otros productores están produciendo, estando completamente seguros de que su producción será comprada*.

La ingenuidad expresada en el aspecto descentralizado del modelo competitivo (es decir, que cada agente actúa en su propio interés sin tener en cuenta las acciones de los demás) debe ser vista como una fortaleza. Debido a que en equilibrio las demandas de los consumidores *serán* satisfechas, y como la producción de los productores *será* adquirida, las acciones de los otros agentes pueden ser ignoradas y la única información requerida por los consumidores y productores son *los precios que prevalecen*. En consecuencia, los requerimientos de información de este modelo son mínimos. Esto está en marcado contraste con situaciones más complejas asociadas a modelos diferentes (por ejemplo, el modelo *keynesiano* o modelos contemporáneos donde la estructura de información desempeña roles más relevantes).[7]

Claramente, la optimalidad de ignorar las acciones de los demás agentes requiere que a los precios vigentes se cumplan los planes de consumidores y productores. Por lo tanto, resulta esencial que los precios sean capaces de equilibrar todos los mercados en forma simultánea. Pero ¿no será demasiado audaz presumir que un vector adecuado de precios asegure que los diversos gustos de los consumidores y la totalidad resultante de sus demandas podrán aparearse exactamente con las ofertas procedentes del lado de la producción del mercado, con tantas empresas distintas, donde cada una es más o menos experta en la producción de un bien u otro? La existencia de tal vector de precios no resulta en absoluto evidente, si bien la coherencia de nuestro modelo competitivo requiere que exista semejante vector de precios.

---

[7] Estos temas no serán abordados aquí. Para una introducción a estos aspectos, véase Enrique Bour, Derecho y Economía - Lecturas de Grandes Contribuciones, 2012, Capítulo X. *Información y Teoría de la Implementación*.

Para dar un *feeling* de la posibilidad de problemas en este frente, supongamos que hay sólo tres bienes y que a los precios actuales la cantidad que se demanda del bien 1 es igual a la cantidad que se ofrece, por lo que este mercado está en equilibrio. Sin embargo, supongamos que hay exceso de demanda del bien 2 y exceso de oferta del bien 3, de manera que ninguno de estos mercados resulta equilibrado a los precios actuales. Sería natural suponer que se puede alcanzar el equilibrio en estos mercados, aumentando el precio del bien 2 y disminuyendo el precio del bien 3. Ahora bien, si bien esto puede ayudar a reducir la diferencia entre la oferta y la demanda en estos mercados, ¡estos cambios de precios pueden muy bien afectar la demanda del bien 1! Después de todo, si los bienes 1 y 2 son sucedáneos, luego aumentos del precio del bien 2 pueden provocar aumentos de la cantidad que se demanda del bien 1. Por lo tanto, el cambio de los precios de los artículos 2 y 3 en un intento de equilibrar los mercados puede alterar el equilibrio en el mercado del bien 1.

La interdependencia de los mercados hace de la existencia de un vector de precios de equilibrio un *tema sutil*. Pero, de nuevo, la existencia de un vector de precios que equilibre al mismo tiempo todos los mercados es esencial para emplear el modelo del consumidor y del productor que se ha venido desarrollando, donde se asumió que los planes de demanda siempre se cumplen y los planes de oferta siempre se concretan. Afortunadamente, a pesar de que no es en absoluto evidente, se puede mostrar (con buen esfuerzo) que, bajo ciertas condiciones económicamente significativas, sí existe al menos un vector de precios que despeja todos los mercados en forma simultánea. Pasamos ahora a esta cuestión crítica.

6.2 Existencia de Equilibrio[8]

La concepción moderna de equilibrio general está implícita en un modelo desarrollado en forma conjunta por Kenneth Arrow, Gérard Debreu y Lionel McKenzie en los años 1950. Gérard Debreu presentó su modelo en *Theory of Value* (1959) como un modelo axiomático.

Seguiremos el tratamiento de Gérard Debreu, quien en su prefacio señala que los objetivos de su monografía son: "(*1) la explicación de la formación de los precios de los bienes resultantes de la interacción de los agentes en una economía de propiedad privada mediante mercados; (2) la explicación de la función de los precios en un estado óptimo de la economía.*" Señala que "*las primeras soluciones de estos problemas fueron proporcionadas por L. Walras y V. Pareto, respectivamente, pero ninguno de los maestros de la escuela de Lausanne ni sus discípulos durante varias décadas ofreció un tratamiento demasiado riguroso de sus ideas. [...] Sólo en 1935-36 A. Wald publicó el primer análisis riguroso del equilibrio. Un poco antes J. von Neumann había comenzado a desarrollar, en diversos contextos, un instrumento matemático que iba a jugar un papel esencial en esa área, que recibió su forma definitiva de teorema de punto fijo de S. Kakutani. La utilidad de este instrumento en economía fue demostrada en 1950 por J. Nash al demostrar que todo juego finito de* n *personas tiene un punto de equilibrio (un concepto que se remonta a A. Cournot). Con respecto al segundo problema, el primer estudio riguroso, utilizando propiedades de los conjuntos convexos, de la equivalencia entre óptimo y equilibrio con referencia a un sistema de precios, fue realizado por T.C. Koopmans dentro del contexto del análisis lineal de actividades de la eficiencia productiva.*"

[8] A partir de este punto, se reproduce la sección 2. Equilibrio General Competitivo de mi libro Tratado de Microeconomía, Capítulo XX.

Debreu encara su análisis con los *estándares de rigor de la escuela formalista de matemática contemporánea. El esfuerzo de rigurosidad sustituye los razonamientos y resultados incorrectos por otros correctos. Pero además tiene otras ventajas. Habitualmente conduce a comprender de modo más profundo los problemas a que es aplicado, lo cual ha sucedido en el caso actual. También puede llevar a cambiar drásticamente los instrumentos matemáticos usados. En el área que estamos por discutir se ha tratado de un cambio desde el cálculo hacia los análisis de convexidad y las propiedades topológicas, transformación que significó ganancias notables en generalidad y sencillez de la teoría.* Pero a renglón seguido Debreu muestra su opinión sobre la interpretación dentro del *método axiomático: La lealtad a la rigurosidad requiere la forma analítica axiomática aunque, en su sentido más estricto, el método quede totalmente desconectado de sus interpretaciones.*[9]

6.2.1. Propiedades del sector productivo

En primer término vamos a repasar desde un punto de vista axiomático los fundamentos del modelo desde el lado de la producción. Supondremos que los beneficios, que escribimos $\boldsymbol{py}^j$ para la empresa j-ésima, son una función de los precios, e indicaremos mediante $\boldsymbol{y}^{j*}(\mathbf{p})$ a la función de oferta óptima. Esto excluye correspondencias de oferta con segmentos horizontales.[10] Como de costumbre, $\boldsymbol{p}$ será un *vector de precios*.

La oferta agregada del mercado será escrita como $\boldsymbol{y}(\mathbf{p})=\Sigma\, \boldsymbol{y}^j(\mathbf{p})$. El conjunto de posibilidades de producción agregado de la economía será $\boldsymbol{Y} = \Sigma\, \boldsymbol{Y}^j$.[11] Vamos a trabajar con una economía sin interacciones directas entre las actividades productivas (este tema es tratado cuando se habla de externalidades).

Bajo estas condiciones es válido el siguiente lema que no demostraremos, ya que es inmediato: $\boldsymbol{y}$ maximiza $\boldsymbol{p}\,\boldsymbol{y}$ sujeto a $\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{Y}$ si y solamente si para toda j, $\boldsymbol{y}^j$ maximiza $\boldsymbol{p}\,\boldsymbol{y}^j$ sujeto a $\boldsymbol{y}j \in \boldsymbol{Y}^j$. Este lema podría formalizar lo que pretendía el Secretario de Planificación Evsei Grigórievich Liberman de la exURSS, en la década de los 1970s, cuando afirmaba que era menester implementar una reforma de la economía soviética tal que resultara que lo rentable para una empresa fuera útil para todo el país, y a la inversa: que lo útil para el país fuera rentable para la empresa. Liberman fue uno de los consejeros de Krushchev, cuya política fue continuada por su sucesor, Breznev. Las líneas de su pensamiento exponían que la rentabilidad socialista había que conseguirla mediante el incremento salarial y primas para la venta de productos, y no para cumplir unas cuotas de producción con la ayuda de los subsidios

[9] De hecho, Debreu subraya que, para acentuar totalmente la falta de conexión, escribió todas las definiciones, hipótesis y resultados principales en *cursiva*. Asimismo, cuando pasa de la discusión informal de las interpretaciones a la construcción formal de la teoría lo hace a menudo utilizando expresiones como *según el lenguaje teórico*, *por el bien de la teoría*, *formalmente*, etc. Esta dicotomía permite revelar los supuestos y la estructura lógica del análisis. Un aspecto aún más importante es que este tipo de análisis permite extensiones inmediatas sin modificar la teoría, sólo **reinterpretando** los conceptos de la teoría. Un ejemplo patente es la reinterpretación de lo que es un bien: si distinguimos entre los bienes, éstos pueden ser distinguidos entre sí no solamente por sus propiedades físicas, su localización y la fecha, sino también por el hecho de que ocurra un evento. Dice en el cap. 7: *Esta nueva definición de lo que es un bien nos permite obtener una teoría de la incertidumbre libre de cualquier concepto probabilístico y formalmente idéntica a la teoría bajo certidumbre que hemos venido desarrollando.*

[10] Ésta es una simplificación matemática que adopto en esta presentación. Debreu expone un modelo que permite correspondencias no uno-a-uno de precios y cantidades, que requiere utilizar el teorema de punto fijo de Kakutani.

[11] Repárese que es necesario aplicar en estos casos la regla se suma de vectores o *regla del paralelogramo*.

estatales, idea común entre los economistas polacos, húngaros y rusos de mediados de los años cincuenta. Apoyado por Khrushchev e implementado en forma tentativa por los mismos líderes que terminaron deponiéndolo, el programa fue abandonado en forma precipitada por el Kremlin cuando se dieron cuenta de sus implicancias a largo plazo. Aunque las reformas de Lieberman habrían colocado sobre una base sólida y asegurado el crecimiento económico de la economía soviética, hubieran socavado de manera inevitable al sistema soviético de control centralizado. Dada la opción entre prosperidad y poder, la elite soviética optó por esto último – llevando a la Unión Soviética a un camino sin retorno, de ruina eventual. (Extraído de *Center for Intelligence Studies, Vol. 20 Nº 3, Aug./Sep. 2007*).

Enunciamos los siguientes axiomas aplicables al sistema productivo:

1] $\boldsymbol{0} \in \boldsymbol{Y}^j$ para todo *j* (hipótesis de posibilidad de **inacción**).

Este axioma expresa que es posible no producir nada sin utilizar ningún insumo. En otros términos, lo que se pretende hacer es el análisis de un sistema económico en el largo plazo (cuando es posible estar afuera de la industria).

2] $\boldsymbol{Y}^j$ es un conjunto cerrado y convexo para toda *j*.

El hecho de que el conjunto de producción $\boldsymbol{Y}^j$ sea **cerrado** implica que es un conjunto continuo; es decir si todos los $\boldsymbol{y}_j^q$ son factibles para el productor *j*, y $\boldsymbol{y}_j^q \rightarrow \boldsymbol{y}_j^0$, entonces $\boldsymbol{y}_j^0$ también es factible para el productor *j*. En cuanto a la **convexidad**, ésta también ha sido estudiada. Recordemos que si $\boldsymbol{y}_j^1$ e $\boldsymbol{y}_j^2$ son dos planes factibles para el productor *j*, la convexidad implica que el promedio ponderado de ambos, $t\, \boldsymbol{y}_j{}^1 + (1\text{-}t)\, \boldsymbol{y}_j^2$ también resulta factible para todo número $0 \leq t \leq 1$. Este axioma, junto al axioma [1], implica que, si $\boldsymbol{y}^j$ es factible, también lo será $t\boldsymbol{y}^j$ para toda *t* entre *0* y *1*. En otros términos, prevalecen **rendimientos no-crecientes a escala**. En palabras de Debreu, “*la hipótesis de convexidad es crucial porque desempeña un rol en todas las demostraciones existentes de varios teoremas económicos fundamentales…pero aún así, es más débil que [el axioma de rendimientos constantes a escala*].”

3] $\boldsymbol{Y} \cap (\boldsymbol{-Y})$ es un subconjunto impropio de *{0}*. (Hipótesis de **irreversibilidad** de los procesos productivos).

Tengan en cuenta que una economía en la cual no tiene lugar ninguna actividad productiva se caracteriza por $\boldsymbol{Y} = \{\boldsymbol{0}\}$, es decir, un conjunto productivo que consiste del único punto $\boldsymbol{0}$. Luego, si la producción $\boldsymbol{y}$ con insumos y productos distintos de cero fuera factible, la producción $-\boldsymbol{y}$ no podría serlo. Este es un supuesto típico de economía, ya que los procesos productivos no pueden ser revertidos, dado que, en particular, producir lleva tiempo y que los bienes tienen fecha. Este axioma está vinculado con la llamada Segunda ley de la termodinámica. Si cada productor tiene un conjunto productivo que verifica esta propiedad, también será verificada por todo el sistema económico, cuyo conjunto productivo es $\boldsymbol{Y} = \sum_j \boldsymbol{Y}^j$.

4] $\boldsymbol{Y} \supset -\boldsymbol{R}_+$ (hipótesis de **libre disposición de excedentes**).

Hemos denotado como $-\boldsymbol{R}+$ al conjunto de vectores de componentes no positivas, incluyendo naturalmente al vector $\{\boldsymbol{0}\}$. Este axioma significa que resulta factible una producción total con todas sus componentes nulas. Está estrechamente vinculado con el siguiente, a saber que si un vector de producción total es factible, también lo es uno que tenga productos no mayores e insumos no menores (en valor absoluto): $\boldsymbol{Y} \supset (\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{R}_+)$. *La ineficiencia técnica es posible.*

Si repasan estos axiomas, verán que hay tres fenómenos no alcanzados: (1) la existencia de **economías y des-economías externas** (cuando el conjunto productivo de un productor depende de las producciones de otros productores, y/o del consumo de los consumidores); (2) la presencia de **rendimientos crecientes a escala**; (3) la conducta de productores que no consideran a los precios como **parámetros** al elegir su producción.

6.2.2. Axiomas de las funciones de demanda

En la restricción de presupuesto, debemos tener en cuenta también la oferta de trabajo y los beneficios. Para ello definimos la **riqueza** del consumidor i como:

$$m^i = \boldsymbol{p}\, \boldsymbol{\omega}^i + \sum_j \theta^{ij}\, (\boldsymbol{p}\, \boldsymbol{y}^j\, (\boldsymbol{p}))$$

El coeficiente θ^{ij} representa una participación accionaria del individuo i en la empresa j. Por definición, $\sum_i \theta^{ij}=1$. El consumidor maximiza una función de utilidad continua $u^i\, (\boldsymbol{x}^i)$ sujeto a su restricción presupuestaria y a su conjunto accesible $\boldsymbol{X}^i$:

$$Max_{xi}\; u^i\, (\boldsymbol{x}^i) \text{ sujeto a } \boldsymbol{p}\, \boldsymbol{x}^i = m^i,\; \boldsymbol{x}^i \in \boldsymbol{X}.$$

Supondremos que la solución es una **función de demanda** $\boldsymbol{x}^i\, (\boldsymbol{p})$. Como se dijo, este supuesto excluye correspondencias de demanda que tengan segmentos horizontales a determinados precios.

5] $\boldsymbol{X}^i$ es un conjunto convexo, cerrado y acotado inferiormente.

Que $\boldsymbol{X}^i$ sea cerrado tiene que ver con una hipótesis de continuidad, en forma similar a como se vio para la producción. Que esté acotado inferiormente por la relación '≦' significa que existe un punto χ^i en $\boldsymbol{X}^i$ tal que $\chi^i \leq x^i$ para toda $\boldsymbol{x}^i$ en $\boldsymbol{X}^i$. En otros términos, tal que $\boldsymbol{X}^i \subset \{ \chi^i \} + \boldsymbol{R}_+$. La justificación es simple. Si el bien h es un "insumo" del consumidor (como un bien consumido, digamos carnes rojas), $\boldsymbol{x}^{ih}$ tiene una cota inferior, cero. Si el bien h es un producto (como un cierto tipo de trabajo realizado), existirá una cota superior dada, en valor absoluto, por la cantidad de ese trabajo que el consumidor puede producir durante el intervalo de tiempo elemental, cualesquiera sean los restantes insumos y productos (podrá dedicarse a trabajar no más de tantas horas al día).

6] **Inexistencia de saciedad**: no existe $\boldsymbol{x}^{i*}$ tal que $u\, (\boldsymbol{x}^{i*}) > u\, (\boldsymbol{x}^i)$.

7] Los conjuntos $\{\boldsymbol{x}^i;\, u^i\, (\boldsymbol{x}^i) \geq u^i\, (\boldsymbol{x}^{i''})\}$ y $\{\boldsymbol{x}^i;\, u^i\, (\boldsymbol{x}^i) \leq u^i\, (\boldsymbol{x}^{i''})\}$ son **cerrados** y **convexos**.

Usando el lenguaje de las preferencias, el conjunto $\boldsymbol{X}^i$ resulta particionado en clases de indiferencia por la relación de *preferido* o *indiferente a*. Al conjunto $P\, (\boldsymbol{x}^{i'}) \equiv \{\boldsymbol{x}^i;\, u^i(\boldsymbol{x}^i) \geq u^i(\boldsymbol{x}^{i'})\}$ se lo denomina conjunto de **preferencia** de $\boldsymbol{x}^{i''}$. Como suponemos que la función de utilidad es continua, los conjuntos de preferencia serán cerrados. También serán convexos si el consumidor exhibe una tasa marginal de sustitución no creciente entre cada par de bienes. Es decir, si $\boldsymbol{x}^{i1}$ y $\boldsymbol{x}^{i2}$ son dos puntos distintos de $\boldsymbol{X}^i$, y t un número real $0<t<1$ se tendrá una situación de (a) **convexidad en sentido débil** si $\boldsymbol{x}^{i\,2} \succsim \boldsymbol{x}^{i\,1} \rightarrow t\boldsymbol{x}^{i\,2} + (1\text{-}t)\, \boldsymbol{x}^{i\,1} \succsim \boldsymbol{x}^{i\,1}$ (es decir, si un vector de consumo $\boldsymbol{x}^{2}$ es al menos tan deseado como otro $\boldsymbol{x}^{i1}$ entonces su promedio ponderado, con ponderaciones positivas, será al menos tan deseado como $\boldsymbol{x}^{i\,1}$; (b) **convexidad estricta**, si $\boldsymbol{x}^{i\,2} \succ \boldsymbol{x}^{i\,1} \rightarrow t\, \boldsymbol{x}^{i\,2} + (1\text{-}\, t)\, \boldsymbol{x}^{i\,1} \succ \boldsymbol{x}^{i\,1}$ (es decir, si un consumo posible $\boldsymbol{x}^{i\,2}$ es preferido o brinda más utilidad que otro consumo $\boldsymbol{x}^{i\,1}$, entonces su combinación con ponderaciones positivas será preferida a $\boldsymbol{x}^{i\,1}$. La función de utilidad satisface luego un **pre-orden completo**.

8] El vector de recursos iniciales del consumidor $\boldsymbol{\omega}^i$ pertenece al interior del conjunto $\boldsymbol{X}^i$.

Este axioma tiende a excluir discontinuidades de la restricción presupuestaria ante cambios de los precios o la riqueza del consumidor. Dado un conjunto de consumo compacto y convexo $\boldsymbol{X}^i$ y un par precio-riqueza $(\boldsymbol{p}^o, m_i^o)$ la restricción presupuestaria será continua en $(\boldsymbol{p}^o, m_i^o)$ siempre que sea excluido el caso excepcional en que $m_i^o = Min_x\, \boldsymbol{p}^o . \boldsymbol{X}^i$, en cuyo caso la riqueza m_i^o es tan reducida que para cualquier riqueza inferior no habría consumo posible que la satisfaga.

Con estos axiomas, quedan determinadas las funciones de demanda de los consumidores $\boldsymbol{x}^i(\boldsymbol{p})$. Por suma para todos los consumidores, obtenemos la **demanda agregada** $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{p})=\sum_i \boldsymbol{x}^i(\boldsymbol{p})$ - y el vector de recursos iniciales de la economía $\boldsymbol{\omega}=\sum \boldsymbol{\omega}^j$.

Debreu señala que un caso de un pre-orden completo que *no* puede ser representado por una función de utilidad a valores reales es el ordenamiento lexicográfico en R^2. Por definición, $(a,b) \prec (a', b')$ *si (1)* $a<a'$, *o (2)* $a=a'$ *y* $b< b'$. Si todos los agentes tienen idénticas preferencias lexicográficas, no puede existir un equilibrio general porque los agentes no se venderían los bienes entre sí (en tanto el precio del bien menos preferido sea positivo). *Pero si el precio del bien menos deseado fuera cero, todos los agentes desearían una cantidad infinita de ese bien. El equilibrio no puede ser alcanzado*. Aún así, las preferencias lexicográficas son compatibles con una situación de equilibrio general. Por ejemplo: (a) Si gente distinta tiene dotaciones diferentes de preferencias lexicográficas; (b) Si algunos tienen preferencias lexicográficas, pero no todos; (c) Si las preferencias lexicográficas son extensivas sólo a cierta cantidad del bien. A un ordenamiento lexicográfico a veces se lo llama *ordenamiento de diccionario*.

6.2.3. Existencia de equilibrio general competitivo

Tengamos en cuenta en primer término que, como también demostró Walras, todas las funciones de oferta y demanda son homogéneas de grado 0 en los precios absolutos. A lo sumo, podremos determinar precios normalizados $p_i' = p_i / (\sum p_i)$. Estos precios normalizados cumplen luego con la restricción

[6] $$\sum p_i' = 1$$

y, por consiguiente, de aquí en más asumiremos que trabajamos con los precios normalizados eliminando el tilde de la notación. Podemos también definir el **simplex** k-1 dimensional $\boldsymbol{S}^{k-1} = \{\boldsymbol{p} \in R_+^k; \Sigma p_i = 1\}$.

Ahora podemos definir un **equilibrio general competitivo** como un conjunto de precios y cantidades $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{x}^{i*}, \boldsymbol{y}^{j*})$ tales que

[7] $$\boldsymbol{x}(\boldsymbol{p}^*) - \boldsymbol{y}(\boldsymbol{p}^*) - \boldsymbol{\omega} \leq \boldsymbol{0}$$

Teorema (Debreu) Bajo las condiciones [1] a [8] existe un EC. Luego veremos una versión simplificada de la demostración.

Ley de Walras Demostraremos que, a partir del cumplimiento de las restricciones presupuestarias de los consumidores, debe verificarse la ley de Walras:

[8] $$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{p}) - \boldsymbol{y}(\boldsymbol{p}) - \boldsymbol{\omega}) = 0.$$

Dem.) $\boldsymbol{p}\,\boldsymbol{x}(\boldsymbol{p}) = \Sigma_i\, \boldsymbol{p}\,\boldsymbol{x}^i(\boldsymbol{p}) = \Sigma_i\, \boldsymbol{p}(\boldsymbol{\omega}^i + \Sigma_j\, \theta^{ij}\, \boldsymbol{y}^j(\boldsymbol{p})) = \boldsymbol{p}\,\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{p}(\boldsymbol{y}(\boldsymbol{p}))$

dado que $\sum_i \theta^{ij}=1$. ▌

Enunciamos sin demostración los siguientes resultados que se obtienen sin dificultad a partir de las definiciones de equilibrio competitivo y la Ley de Walras, para lo cual se definen x_j e y_j como las cantidades llevadas al mercado por la demanda y la oferta:

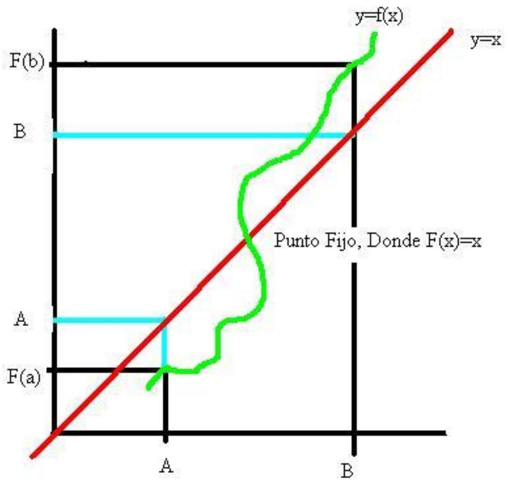


Figura 20.11 Interpretación del teorema de punto fijo de Brouwer en el plano

[9] $x_j= y_j+ \omega_j$ $(j=1,..., k-1)$ implica $x_k= y_k+ \omega_k$ si $p_k>0$.

Esto es, si todos los mercados menos uno se equilibran exactamente, el mercado restante también debe resultar en equilibrio exacto.

[10] $x_j < y_j + \omega_j$ implica $p_j = 0$ (es decir, la *regla de los bienes libres*).

6.2.4. Teorema de punto fijo de Brouwer y demostración de existencia

Se demostrará ahora un teorema de equilibrio general usando una versión del teorema de punto fijo de Brouwer, conocido en la rama matemática de la topología, que puede ser enunciado de la siguiente manera:

Teorema (Brouwer, 1910) Sea A un conjunto no vacío, convexo y compacto en R_n. Sea f: $A \to A$ un mapa continuo sobre A. Luego existe x^* en A tal que $x^*=f(x^*)$. Es decir, x^* es un punto fijo de la función f. Un **enunciado equivalente** *es como sigue: Bajo una aplicación continua f: $S \to S$ de un simplex S n-dimensional sobre sí mismo existe por lo menos un punto $x \in S$ tal que $f(x) = x$.*[12]

El teorema de punto fijo elemental es una consecuencia del Teorema del Valor Medio siguiente: (Bolzano) Sea f: $[a, b] \to R$ una función continua, donde $[a, b]$ es un subconjunto no vacío, compacto, y convexo de R y $f(a) \cdot f(b) < 0$, luego existe una $x^* \in [a, b]$ tal que $f(x^*) = 0$.

Corolario: Sea f: $[0, 1] \to [0, 1]$ una función continua. Luego, tiene un punto fijo, es decir que existe $x^* \in [0, 1]$ tal que $f(x^*) = x^*$.

Definimos a continuación el concepto de **demanda excedente**:

[11] $z= \boldsymbol{x} (\boldsymbol{p}) - \boldsymbol{y} (\boldsymbol{p}) - \boldsymbol{\omega} \equiv \boldsymbol{z} (\boldsymbol{p})$.

[12] Rebecca, en Mayo 20 de 2010 afirma que parece que el caso tridimensional del punto fijo fue propuesto por el propio Brouwer mientras bebía una taza de café, aunque Henri Poincaré y P. Bohl en realidad habían probado partes del teorema antes de Brouwer. La consecuencia del teorema del punto fijo de Brouwer en tres dimensiones es que no importa lo mucho que revuelva una taza de café, algún punto del líquido volverá a su posición original. Es decir, suponiendo que no se derramó líquido.

que está definida para todo $\boldsymbol{p} \in \boldsymbol{S}^{k-1}$. Tiene las características de ser continua, homogénea de grado 0 y cumplir con la ley de Walras.

Teorema Existe $\boldsymbol{p}^*$ tal que $\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}^*) \leq 0$.

Dem.

Lema preliminar Definimos la función $z_h^+(\boldsymbol{p}) = Max\{0, z_h(\boldsymbol{p})\}$.

Esta función resulta continua, no negativa y cumple con la condición siguiente:

[12] $\boldsymbol{z}^+(\boldsymbol{p}).\,\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}) = 0 \rightarrow \boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}) \leq \boldsymbol{0}$. ▌

Pasamos ahora a la demostración del teorema. Se define una función $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{S}^{k-1} \rightarrow \boldsymbol{S}^{k-1}$ continua:

[13] $\alpha(\boldsymbol{p}) = \Sigma_h (p_h + z_h^+(\boldsymbol{p})) = 1 + \Sigma_h z_h^+(\boldsymbol{p}) \geq 1$ con

$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{p}) = (\boldsymbol{p} + z^+(\boldsymbol{p}))/\alpha(\boldsymbol{p})$ que está en $\boldsymbol{S}^{k-1}$.

Esta última función $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{p})$ puede interpretarse como una "*función de ajuste de precios*", con $\partial\boldsymbol{p}/\partial t = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{p})$, ya que una z^{h+} positiva tiende a incrementar el precio p^h (y recíprocamente).

Por el teorema de Brouwer, existe un $\boldsymbol{p}^*$ tal que $\boldsymbol{p}^* = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{p}^*)$. Falta ahora demostrar que $\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}^*) \leq \boldsymbol{0}$. Es aquí donde se recurre a la ley de Walras:

[14] $0 = \boldsymbol{p}^*\,\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}^*) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{p}^*)\,\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}^*) = [\boldsymbol{p}^* + \boldsymbol{z}^+(\boldsymbol{p}^*)]/\,\alpha(\boldsymbol{p}^*).z\,(\boldsymbol{p}^*) = \boldsymbol{z}^+(\boldsymbol{p}^*)\,\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}^*)\,/\,\alpha(\boldsymbol{p}^*)$

Por el lema preliminar, luego $\boldsymbol{z}^+(\boldsymbol{p}^*)\,\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}^*) = 0$ implica $\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}^*) \leq \boldsymbol{0}$. ▌