

La iniciación del análisis cuantitativo de los modelos estructurales formales en las ciencias sociales es atribuida generalmente a los economistas de la Comisión Cowles<sup>2</sup> en los años cincuenta (véase Hood y Koopmans [12] para una colección de algunos de los artículos más importantes). Desde entonces, los nuevos métodos han sido extendidos, refinados y aplicados a otras ciencias sociales. Los métodos gráficos basados en el desarrollo de Cowles son cada vez más utilizados en las ciencias sociales y biológicas. El tema de este trabajo es que los refinamientos recientes del análisis de Cowles, particularmente en lo que se refiere a las representaciones de las relaciones causales en modelos formales, se apartaron del análisis de Cowles en mayor medida de lo que comúnmente se piensa. La sugerencia es que el desarrollo de Cowles como se interpreta aquí se compara favorablemente con los desarrollos más recientes.

## **1. Causalidad**

Como se ha observado con frecuencia, al término "estructural" los economistas de Cowles le han dado varios significados distintos, aunque relacionados. Como mínimo, el término se refiere a la distinción entre la forma *estructural* y la forma *reducida* de un modelo. En la forma estructural cada variable interna es expresada como una función de otras variables internas y de algunas variables externas, mientras que la forma reducida se refiere a la solución de un modelo, en la que cada variable interna es expresada sólo en función de las variables externas.

Como lo implica el término, la forma estructural era vista como más fundamental que la forma reducida. Se consideraba que contenía información no presente en la forma reducida, tal como restricciones de exclusión. Por ejemplo, un sistema estructural de oferta y demanda podría especificar que una o varias de las variables externas afectan a la demanda, pero no a la oferta, o viceversa. Estas restricciones se utilizaban para identificar los coeficientes estructurales.

Un segundo significado de "estructural", uno más básico que el discutido anteriormente, tiene que ver con invariancia bajo condiciones de intervención. Los economistas de Cowles distinguieron implícitamente dos clases de experimentos hipotéticos: (1) determinar los efectos de realizaciones rutinarias de las variables externas y (2) analizar cambios de la estructura del modelo. No hay una justificación formal para esta distinción ya que los cambios hipotéticos del modelo siempre pueden parametrizarse, lo que permite al analista representar una intervención sobre la estructura de un modelo a través de un cambio hipotético en

---

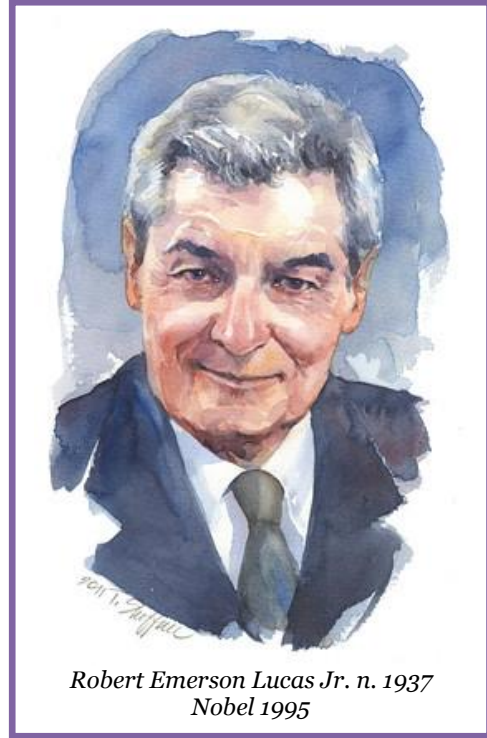
<sup>1</sup> Traducción de "[Causality in Economics](#)", October 3, 2006. El autor agradece comentarios recibidos de Nancy Cartwright, Daniel Hausman, Damien Fennell, Julian Reiss y dos referees.

<sup>2</sup> La [Cowles Commission for Research in Economics](#) es un instituto de investigación económica, fundado en Colorado Springs en 1932 por Alfred Cowles, empresario y economista. En 1939, la Comisión Cowles se trasladó a la Universidad de Chicago bajo la dirección de Theodore O. Yntema. Jacob Marschak asumió como director en 1943 hasta 1948, cuando la dirección pasó a Tjalling C. Koopmans. La creciente oposición hostil a la Comisión Cowles por el departamento de economía de la Universidad de Chicago durante los 1950s llevó a Koopmans a convencer a la familia Cowles de trasladarla a la Universidad de Yale en 1955 (donde fue re denominada Fundación Cowles). En el [Capítulo 1](#) de *Derecho y Economía – Lecturas de Grandes Contribuciones* he volcado un resumen de los principales aportes realizados por los economistas de la Cowles. [N. del T.]

una variable externa. Así, en un modelo que es estructural en este sentido, los coeficientes pueden ser tratados como si fueran variables externas: una intervención sobre uno o varios coeficientes del modelo por definición deja otros coeficientes sin cambios. Los economistas de Cowles a menudo no dejaban en claro cuándo estaban tratando a los coeficientes como variables externas y cuándo como constantes.

Esta concepción de los modelos estructurales ha dejado sus huellas en la práctica actual de la macroeconomía: un ejemplo es la *crítica de Lucas*, con su afirmación de que el cambio de políticas debe ser modelado correctamente como una intervención sobre parámetros más que sobre las variables. La distinción entre parámetros profundos y superficiales es otro ejemplo.<sup>3</sup>

En muchos análisis, "estructural" tiene un significado adicional: una ecuación estructural es una en la que las variables del lado derecho son causas de la variable del lado izquierdo. En ecuaciones estructurales así definidas, el signo igual tiene el significado del operador de asignación en los lenguajes de computación, como observó Pearl [22] (el trabajo de Pearl es discutido más adelante). Esto se distingue de su significado en matemáticas, bajo el cual la igualdad por definición trata simétricamente los lados derecho e izquierdo de una ecuación. Los análisis gráficos de la



<sup>3</sup> La *crítica de Lucas*, cuyo nombre proviene del economista Robert Lucas a raíz de sus trabajos sobre política macroeconómica, arguye que es ingenuo intentar predecir los efectos de un cambio en política económica a partir de las relaciones observadas en los datos históricos, especialmente cuando se trata de los datos agregados. La idea básica antecede la contribución de Lucas (*Ley de Campbell* y *Ley de Goodhart*), pero en 1976, Lucas expuso que esa simple idea invalidaba los consejos de política económica basados en conclusiones obtenidas a partir de modelos macro econométricos. Debido a que los parámetros de los modelos no eran estructurales, al no ser invariables, forzosamente sufrirían alteraciones cuando la política (reglas del juego) cambiase. Las conclusiones extraídas podrían conducir a errores. Este argumento cuestionó los modelos econométricos a gran escala a los que les faltaba fundamentos teóricos de economía dinámica. La crítica de Lucas es tal como sigue: "Dado que la estructura de un modelo econométrico consiste en reglas de decisión óptimas de los agentes económicos y que las reglas cambian sistemáticamente con los cambios en la estructura relevantes a los agentes, se deduce que cualquier cambio en política modificará la estructura de los modelos econométricos." (R. Lucas, *Econometric policy evaluation: A critique*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 1 (1), 1976. La crítica de Lucas es en esencia un resultado *negativo*. Enseña a los economistas cómo no hacer análisis económicos. Sugiere que si se quiere predecir el efecto de una política, debería modelarse con "parámetros profundos" (preferencias, función de producción y restricción presupuestaria) que son los que gobiernan el comportamiento individual; los así llamados fundamentos microeconómicos. Si estos modelos pueden tener en cuenta las regularidades empíricas observadas, se puede predecir lo que harán los agentes, considerando el cambio en la política y entonces en las decisiones individuales agregadas para calcular los efectos macroeconómicos del cambio de política. Poco después de la publicación del artículo, Finn E. Kydland y Edward C. Prescott publicaron *Rules Rather Than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, Journal of Political Economy 85 (3), 1977, en el cual describieron estructuras generales donde los beneficios a corto plazo desaparecen debido a cambios en las expectativas. También afirmaron que si las autoridades persisten durante suficiente tiempo sin cambiar sus normas de actuación, esto puede eliminar el problema de los cambios en las expectativas. Ese artículo inspiró la creación de modelos económicos cuantitativos dinámicos. [N. del T.; fuente: Wikipedia]

causalidad se han basado hasta ahora en esta interpretación causal de las ecuaciones estructurales: la representación gráfica del signo igual es una flecha de las variables del lado derecho a la variable del lado izquierdo.

Con algunas excepciones, los economistas han sido conspicuos por su ausencia en estos desarrollos en los últimos años. Es cierto que el tema de la causalidad ha sido de interés pasajero para el economista - de lo que da testimonio la *causalidad en sentido de Granger*<sup>4</sup> - pero no hay esencialmente ninguna conexión entre las líneas de investigación que han seguido los economistas y los métodos gráficos utilizados en las otras disciplinas. Es evidente por qué los economistas no han adoptado los nuevos métodos gráficos: *los modelos económicos usan el símbolo de igualdad con su significado matemático habitual, no con el significado del operador de asignación*.<sup>5</sup> Por lo tanto, los modelos económicos no son expresables como gráficos, al menos en la medida en que los gráficos están basados en la interpretación causal del símbolo de igualdad. Siendo así, la falta de interés de los economistas en los análisis gráficos de la causalidad no es sorprendente. Además, los modelos económicos en la tradición de la teoría del equilibrio general (incluyendo la macroeconomía moderna) no hacen uso de la distinción entre forma estructural y forma reducida.

Estas cuestiones requieren un examen más cuidadoso. Comenzamos con Simon, cuyo análisis de la causalidad de hecho es completamente diferente al que está implícito en los tratamientos gráficos. Contrariamente a la implicancia en el párrafo anterior y la presunción en muchas exposiciones de análisis gráfico de la causalidad, la definición de Simon de orden causal no requiere un modelo que sea estructural en el sentido de que el signo igual sea interpretado como causal.

## 1.1 Notación

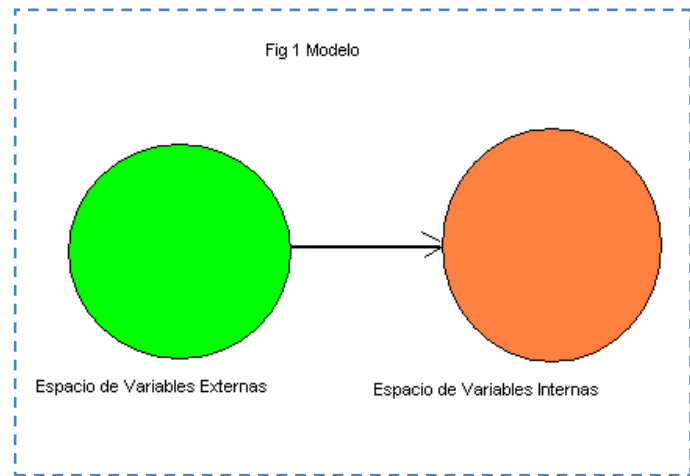
Uno de los problemas que encuentra el lector de la literatura sobre causalidad es que la terminología a veces no está claramente definida y que, además, muchos de los términos son utilizados con un significado diferente por los diferentes autores. Para evitar la confusión empezamos definiendo la terminología utilizada aquí. Me parece que estas definiciones están

<sup>4</sup> La *prueba de causalidad de Granger* es un test de hipótesis estadístico para determinar si una serie temporal es útil para pronosticar otra, propuesta por primera vez por Clive Granger en *Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods*, *Econometrica*. 37 (3), 1969. Véase también la conferencia Nobel de Granger *Time Series Analysis, Cointegration, and Applications* (2003). Normalmente, las regresiones reflejan "mera" correlación, pero Clive Granger argumentó que la causalidad en la economía podría ser probada midiendo la capacidad de predecir los valores futuros de una serie de tiempo utilizando valores previos de otra serie cronológica. Puesto que la cuestión de la "verdadera causalidad" es profundamente filosófica, y debido a la falacia *post hoc ergo propter hoc* de suponer que una cosa que precede a otra puede usarse como prueba de causalidad, los econometristas afirman que la prueba de Granger sólo halla la "causalidad predictiva". Sin embargo, el método sigue siendo muy popular en los análisis de series temporales por su gran sencillez. [N. del T. basada en Wikipedia]

<sup>5</sup> Algunos estudios contemporáneos de la causalidad en los modelos económicos tienen la interpretación de que las variables del lado derecho son causas de la variable del lado izquierdo. Esto es claramente así con Pearl [22]. En un modelo de oferta y demanda, Heckman [11] justificó colocar la cantidad en el lado izquierdo y el precio en el lado derecho con el argumento de que en modelos competitivos los individuos son modelados como tomadores de precios. No está claro hasta qué punto el análisis formal de Heckman depende de esta interpretación. Los trabajos de Pearl y Heckman se discuten más abajo.

próximas al uso estándar, en la medida en que exista un uso estándar, pero algunos analistas parecen estar en desacuerdo.<sup>6</sup>

Una distinción esencial, subrayada en lógica y matemáticas, pero a menudo borrosa en el discurso filosófico y el análisis económico, es la existente entre *variables* y *constantes*.<sup>7</sup> Una variable es el argumento o el valor de una función, mientras que una constante es el símbolo de un número. Al especificar que  $\theta$  es una constante, el analista estipula que no tiene sentido considerar valores alternativos de  $\theta$  - hacer esto no tiene más sentido que preguntarse qué pasaría en matemáticas si  $\pi$  tomara un valor distinto de 3.14159. Las variables, a su vez, pueden clasificarse en variables *externas* e *internas*. Las variables internas son determinadas por el modelo. Las variables externas se toman como insumos del modelo. Por lo tanto, un modelo consiste en un mapa desde el espacio de variables externas al espacio de las variables internas. Por supuesto, en algunos ejercicios que involucran modelos formales, tales como ejercicios de descripción de datos, las variables no se clasifican entre variables externas e internas, lo que hace imposible discutir la causalidad.<sup>8</sup> Dado que la causalidad es el sujeto aquí, asumiremos que el analista está dispuesto a hacer esta categorización. [Ver Figura 1]



Los términos "variable exógena" y "variable endógena" se usan a menudo con el mismo significado de "variable externa" y "variable interna", y la etimología del primer par de términos apoya este uso. [...] Leamer [17] detalló los diversos significados de "exógeno" y "endógeno" en la literatura económica y econométrica. Seguimos su recomendación de sustituirlos por los términos "variable externa" y "variable interna" para evitar la confusión.

Se supone que todas las intervenciones sobre un modelo, es decir, todos los experimentos hipotéticos que involucran al modelo, pueden caracterizarse, explícita o implícitamente, como intervenciones sobre variables externas. Las intervenciones directas sobre las variables internas son inadmisibles precisamente porque estas variables están determinadas por las variables externas. Por lo tanto, las intervenciones hipotéticas sobre las variables internas deben atribuirse implícitamente a las intervenciones sobre las variables externas que las determinan. Nuestro análisis de los órdenes causales se basa en esta caracterización de las intervenciones.

Se supone que las variables externas satisfacen la condición de *libre variación*: las variables externas pueden ser intervenidas de forma independiente. Si falla esta condición, la interpretación es que existe una relación funcional que vincula las variables externas. En tal caso, esa

Se supone que las variables externas satisfacen la condición de *libre variación*: las variables externas pueden ser intervenidas de forma independiente. Si falla esta condición, la interpretación es que existe una relación funcional que vincula las variables externas. En tal caso, esa

<sup>6</sup> Por ejemplo, Hoover [15], p. 171, se refiere al documento que precede a éste (LeRoy [18]), que tiene sustancialmente la misma terminología, como ofreciendo un "panorama terminológico complejo y difícil".

<sup>7</sup> Como se observó anteriormente, los economistas de Cowles a veces no estaban seguros de si los coeficientes del modelo debían interpretarse como constantes o parámetros externos.

<sup>8</sup> Ver Shafer [24] para una extensa discusión formal de la causalidad que dispensa casi completamente con la distinción entre variables externas e internas.

relación debe ser incluida en el modelo. La condición de libre variación afirma que el modelo es *invariante a toda intervención*, para utilizar una frase usada por los economistas de Cowles: un cambio hipotético en una variable externa deja a las demás variables externas sin cambios y no altera la estructura del modelo.

En modelos con fechas múltiples distinguimos entre parámetros y procesos. Un *parámetro* es una variable que se quiere distinguir de una constante, mientras que un *proceso* es una colección de variables, una para cada elemento de algún conjunto de índices que representa el tiempo. En forma equivalente, se podría definir un parámetro como un proceso cada uno de los cuales se supone que toma el mismo valor. En muchas discusiones se usan los términos "constante" y "variable" en donde usamos "parámetro" y "proceso", pero este uso invitaría a la confusión en el presente artículo debido a las distintas definiciones de constante y variable presentadas anteriormente. Parámetros y procesos, como las variables, pueden ser externos o internos.

Obsérvese que en este uso el término "variable" se utiliza en modelos estáticos pero no dinámicos, mientras que se da lo contrario en el caso de los términos "parámetro" y "proceso". Por el contrario, en muchos trabajos aplicados que implican modelos estáticos, el término "parámetro" se usa con el mismo significado que "variable" bajo la definición anterior. Además, en los modelos con fechas múltiples el término "variable" se utiliza a menudo con el significado de "proceso" como se ha indicado anteriormente. En general, no hay daño en ninguno de estos usos, pero en el contexto actual causaría confusión: en modelos estáticos las variables tales como se definen aquí son lo mismo que parámetros, por lo que uno de estos términos debería ser eliminado, mientras que en modelos con fechas múltiples ya se definió a los procesos como colecciones de variables.

En algunas discusiones el término "parámetro" se usa con un significado distinto. Por ejemplo, Hoover [15] definió un parámetro como una variable que está sujeta a control directo (p.61). Esta definición parece coincidir con nuestra definición de variable externa (o proceso externo). En algunas de las aplicaciones de Hoover se supone que los parámetros asumen valores diferentes en distintas fechas, aunque Hoover no ha aplicado subíndices de tiempo a los parámetros o los ha identificado como procesos, lo que parecería apropiado al menos de acuerdo con la notación adoptada aquí. La misma práctica se sigue en muchas otras fuentes (Engle, Hendry y Richard [4] es un ejemplo). Los méritos de la terminología de Hoover no resultan claros. Sin embargo, nuestro punto aquí es establecer la notación del presente artículo, no discutirla con relación a otras opciones posibles.

Las variables pueden ser observadas o no por el analista. A las variables no observadas externas se les asignarán distribuciones de probabilidad, y éstas inducirán distribuciones de probabilidad en variables internas, tanto observadas como no observadas (suponiendo que los modelos tengan soluciones únicas, como lo hacemos a lo largo de este trabajo). Se supondrá que las constantes no son observadas. Al escribir modelos no interpretados, se adopta la siguiente notación:

Variables o procesos externos observados	$x$
Variables o procesos internos observados	$y$
Constantes no observadas	$a, b, A, B, C, D, \alpha, \beta$
Variables o procesos externos no observados	$u$
Parámetros externos	$\theta$
Parámetros internos	$\psi$



(Con modelos interpretados a veces es más fácil apartarse de esta notación para usar nombres de variables que evoquen el significado de la variable). Tengan en cuenta que esta clasificación es incompleta. Otras posibilidades, como los procesos internos no observados (variables *latentes*, en algunas caracterizaciones) se eliminan porque no se consideran en este trabajo.

A continuación veremos las consecuencias de clasificar a los términos como constantes o coeficientes. Ahora, lógicamente, deberíamos especificar un nombre para una entidad que podría ser una variable o una constante ("término" y "entidad" son insatisfactorios), y también debemos añadir un nuevo símbolo para evitar la necesidad de escribir  $a$  o  $x$ . Sin embargo, ampliar la notación de esta manera resultaría, obviamente, difícil de manejar. Al tratar con modelos lineales en las variables, podremos usar el término "coeficiente", para afirmar que un modelo lineal se vuelve bilineal si los coeficientes son tratados como variables en lugar de constantes. En algunos contextos a continuación utilizaremos el término "coeficiente" en este sentido incluso cuando el contexto no requiera la limitación a formas lineales / bilineales. No debería haber en tal caso ninguna confusión.

## 1.2 La definición de Simon

Comenzamos con una revisión (algo poco convencional) de la definición de causalidad de Simon. Supongan que un modelo es representable como un operador lineal de  $R^m$ , espacio de variables externas, en  $R^n$ , espacio de variables internas. Se supone que este operador es representable por una matriz  $n \times m$   $C$  de constantes:

$$[1] \quad y = Cx.$$

En este caso [1] es la *forma reducida*.

Supongan que (1)  $A$  es una matriz  $n \times n$  de constantes con ceros en la diagonal principal, (2)  $B$  es una matriz  $n \times m$  de constantes, y (3)  $A$  y  $B$  satisfacen

$$[2] \quad (I - A)^{-1} B = C.$$

Bajo estos supuestos el modelo [1] se puede escribir en la forma

$$[3] \quad y = Ay + Bx$$

tal como se comprueba fácilmente sustituyendo el 2º m. de [2] en [1].

Simon definió los *órdenes causales* a partir de (3): para dos variables internas  $y^1$  e  $y^2$ ,  $y^1$  es causa de  $y^2$  - lo que se denota  $y^1 \rightarrow y^2$  - si  $y^1$  aparece en el bloque de ecuaciones que determinan a  $y^2$ , y también en un bloque de ecuaciones de orden inferior (véase Simon [25] para las definiciones de estos términos). Por ejemplo, en el modelo

$$[4] \quad y_1 = b_{11} x_1 + b_{12} x_2$$

$$[5] \quad y_2 = a_{21} y_1 + b_{23} x_3,$$



[Herbert Alexander Simon](#) 1916-2001  
Nobel 1978  
[Causal Ordering and Identifiability](#)  
(Models of discovery, 1977)

Tenemos que  $y^1 \rightarrow y^2$  porque  $y^1$  aparece en la ecuación [5], que determina a  $y^2$ , pero también en la ecuación [4], que de por sí constituye un bloque de orden inferior. Formalmente, el orden causal en  $Y$ , el conjunto de variables internas, asociado al modelo estructural dado es un subconjunto de  $YXY$ :  $y^1 \rightarrow y^2$  significa que  $(y^1, y^2)$  está en el orden.

Al identificar el modelo [4]-[5] con el orden causal  $y_1 \rightarrow y_2$  estamos asignando implícitamente valores genéricos a los coeficientes. En casos especiales (por ejemplo, en el caso  $a_{21} = 0$  más arriba)  $y_1$  no causa  $y_2$ . Para referencia posterior, tengan en cuenta que el supuesto de que los coeficientes son distintos de cero no es suficiente para asegurar la unicidad del orden causal. Veremos que si los coeficientes obedecen ciertas restricciones, pero restricciones que no implican valores cero, los órdenes causales se alteran. Dado que estas restricciones no son genéricas, asumir su carácter genérico asegura unicidad.<sup>9</sup> Esto se demuestra más abajo. Esta cualificación no se repite a continuación, pero se supone.

Hay una bien conocida dificultad en la explicación anterior de causalidad: operaciones algebraicas sobre las ecuaciones de [3] pueden aparentemente alterar el orden causal. Por ejemplo, sustituyendo [4] en [5] resulta en

$$[6] \quad y_2 = a_{21}b_{11}x_1 + a_{21}b_{12}x_2 + b_{23}x_3.$$

En el modelo [4], [6] ni  $y_1$  ni  $y_2$  causan a la otra según la definición de Simon. Diferentes operaciones algebraicas resultan en modelos en los cuales  $y_1$  y  $y_2$  son determinadas simultáneamente, u obedeciendo el patrón  $y_1 \rightarrow y_2$ , aunque cada uno de estos modelos representa el mismo operador lineal  $C$ . Pareciera que operaciones matemáticas aparentemente inofensivas alteran los órdenes causales.

Este problema refleja el hecho de que las matrices  $A$  y  $B$  asociadas con una  $C$  dada por [2] no son únicas. Por lo tanto, en la definición de Simon el orden causal de las variables internas depende de cuál de entre un número infinito de pares de matrices  $A$  y  $B$  que satisfacen [2] se elija.

Para evitar el problema que plantea la aparente dependencia de órdenes causales de las operaciones algebraicas, imponemos una restricción adicional: exigimos que cada ecuación contenga al menos una variable externa que no se encuentre en ninguna otra ecuación. De aquí en más nos referimos a esta condición como la condición de exclusión.<sup>10</sup> La condición de exclusión excluye operaciones algebraicas que implican más de una ecuación (porque si el modelo original satisface la condición de exclusión, el modelo modificado no lo hará). Por ejemplo, el modelo [4], [6] no satisface la condición de exclusión: las variables externas que aparecen en [4] -  $x_1$  y  $x_2$  - aparecen también en [6].

La satisfacción de la condición de exclusión requiere que  $C$  tenga rango  $n$ . Si se cumple la condición de exclusión y si además el modelo tiene el mismo número de variables internas que externas, entonces el orden causal es único. Para ver esto, tengan en cuenta que bajo la condición supuesta  $C$  es no singular, por lo que [1] puede invertirse dando lugar a

$$[7] \quad x = C^{-1}y.$$

<sup>9</sup> En matemáticas, las propiedades que se cumplen para ejemplos "típicos" se llaman propiedades genéricas. Por ejemplo, una propiedad genérica de una clase de funciones es una que es verdadera de casi todas esas funciones. (*N. del T.*)

<sup>10</sup> La condición de exclusión es esencialmente lo mismo que la condición de independencia de Hausman ([9], p.64). Véase también Hoover [14], pág. 103 sqq.

Si  $D$  se define por  $D = I - C^{-1}$ , donde  $I$  es la matriz de identidad, esto se convierte en

$$[8] \quad y = Dy + x.$$

Como la matriz  $D$  de [8] es única, resulta claro que el orden causal también es único.

Si  $m \geq n$ , con cualquier  $C$  siempre está asociado al menos un par  $A$  y  $B$  que satisface la condición de exclusión: el hecho de que  $C$  sea de rango  $n$  implica que siempre se puede encontrar una matriz cuadrangular no singular  $C_1$  y una matriz  $C_2$  tales que las variables externas  $x$  pueden ser divididas (tal vez después de reordenarse) en  $(x_1; x_2)$  y [1] pueda escribirse en la forma

$$[9] \quad y = C_1 x_1 + C_2 x_2.$$

Premultiplicando por  $C_1^{-1}$  nos queda:

$$[10] \quad C_1^{-1} y = x_1 + C_1^{-1} C_2 x_2.$$

Escribiendo como antes  $D = I - C_1^{-1}$ , [10] puede ser escrita así:

$$[11] \quad y = Dy + x_1 + C_1^{-1} C_2 x_2.$$

Aquí cada  $x_i$  entra en una y sólo una de las ecuaciones. Las variables en  $x_2$  pueden entrar en cualquiera o en todas las ecuaciones.

Damien J. Fennell [5] señaló que si  $m > n$ , los órdenes causales bajo la definición de Simon no son únicos, incluso si se impone la condición de exclusión. Esto es así porque con  $m > n$ , pueden ser seleccionados diferentes subconjuntos de variables externas para satisfacer la condición de exclusión, y cada elección implica un orden causal diferente. Para ver esto, consideren el sistema

$$[12] \quad y_1 = b_{11} x_1 + b_{12} x_2$$

$$[13] \quad y_2 = b_{22} x_2 + b_{23} x_3,$$

en el cual  $y_1$  y  $y_2$  no están causalmente ordenadas: La condición de exclusión es satisfecha por la presencia de  $x_1$  en [12] y  $x_3$  en [13]. Sin embargo, si [13] se resuelve en términos de  $x_2$  y el resultado es sustituido en [12], se obtiene

$$[14] \quad y_1 = b_{11} x_1 + a_{12} y_2 - (b_{12} b_{23} / b_{22}) x_3.$$

$$[15] \quad y_2 = b_{22} x_2 + b_{23} x_3,$$

donde

$$[16] \quad a_{12} = b_{12} / b_{22}.$$

En el sistema [14] - [15] la condición de exclusión se satisface de nuevo debido a la exclusión de  $x_2$  en [14] y  $x_1$  en [15]. En [14]-[15] tenemos  $y_2 \rightarrow y_1$ . Como [12]-[13] es matemáticamente equivalente a [14]-[15], se sigue que los órdenes causales no son únicos.

A pesar de esto, los órdenes causales son genéricamente únicos: en [14] - [15] tenemos  $y_2 \rightarrow y_1$ , pero esa versión del modelo no es genérica debido a la restricción [16]. Puesto que ya



hemos descartado casos especiales no genéricos, se observa que la observación de Fennell sobre la no singularidad de los órdenes causales cuando  $m > n$  no implica nada nuevo.

Cabe destacar que suponer que un modelo satisface la condición de exclusión es más débil que suponer que es estructural en el sentido de que el símbolo de igualdad es asimétrico: la imposición de la condición de exclusión permite re normalizar ecuaciones individuales (es decir, expresarlas de manera que una variable diferente aparezca en el lado izquierdo), por lo que no importa qué variable se encuentra del lado izquierdo. Los órdenes causales (en sentido de Simon) no se alteran por tales re normalizaciones. En contraste, con la definición de causalidad basada en la interpretación asimétrica del símbolo de igualdad, la re normalización de ecuaciones individuales da como resultado un modelo distinto con un orden causal diferente. Que la definición de causalidad de Simón no dependa de una interpretación no convencional del símbolo de igualdad es una característica atractiva de su tratamiento.

La discusión anterior sigue de cerca el desarrollo de Simon. En una comparación superficial de la discusión anterior con el artículo de Simon, podría parecer que la condición de exclusión no tiene nada que ver con la sección 6 de Simon en la que se discute cuándo las estructuras causales son "funcionalmente significativas". De hecho, sin embargo, la discusión de Simon es enteramente consistente con la discusión aquí. Las diferencias aparentes son terminológicas.

### Causation in Social Science

- Necessary elements for causality
  - 1. Time order –
    - the cause must precede the effect in time.
  - 2. Relationship –
    - the two variables must be empirically correlated with each other; or must be logically related.
  - 3. Explanation of effect –
    - the relationship must not be the result of some third variable.

La Sección 6 de Simon marca un cambio con respecto a la discusión que la precede. Antes de esa sección, Simón no había incorporado explícitamente variables externas en la discusión (excepto en el Ejemplo 4.2), tales como se usan aquí. Sus ejemplos contenían sólo variables  $x$  y constantes  $a$  (o  $\alpha$ ). La  $x$  de Simon corresponde a nuestra  $y$ . Su  $a$  (o  $\alpha$ ) corresponde a nuestras  $x$  y  $a$ . Simón utilizó los términos «variable exógena» y «variable endógena», pero les asignó un significado derivado de su definición de orden causal: en el uso de Simon, si tenemos  $y_1 \rightarrow y_2$ , entonces  $y_1$  es exógena en el conjunto de ecuaciones que determinan a  $y_2$ , e  $y_2$  es endógena en ese conjunto.

Sin embargo, en la sección 6 al tratar el hecho de que las operaciones algebraicas pueden aparentemente alterar los órdenes causales, Simon consideró intervenciones en los términos  $\alpha$ , lo que implica que en esa sección él estaba viendo a los términos  $\alpha$  como variables externas en el sentido de este artículo, a diferencia de las constantes de las secciones anteriores.

Simon no hizo distinción entre los coeficientes y los términos correspondientes a los puntos de intersección con los ejes, lo que implicaba que estaba permitiendo intervenciones en cual-

quiera de los dos. Por el contrario, aquí estamos simplificando con respecto a Simon manteniendo el supuesto de que los términos de los coeficientes son constantes, de modo que no están sujetos a intervención, lo que implica que sólo los términos de intersección se tratan como variables externas. El tratamiento de los coeficientes como variables convertiría lo que es un modelo lineal en un modelo bilineal. Seguir a Simon aquí complicaría la discusión innecesariamente (si bien se considera brevemente un modelo bilineal en la Sec. 1.5).

Para Simon, un orden causal es operativamente significativo sólo si las ecuaciones de un modelo estructural tienen "identidades individuales". Las ecuaciones de un modelo estructural tienen "identidades individuales" en la medida en que las intervenciones pueden asociarse con ecuaciones particulares o subconjuntos de ecuaciones. En la terminología del presente trabajo, estas intervenciones están asociadas con variables externas. Por lo tanto, traducido a la terminología del presente artículo, el criterio de Simón para la significación operativa es que las variables externas particulares estén asociadas con ecuaciones particulares. Esto corresponde exactamente a nuestra condición de exclusión.

Simon declaró esto explícitamente: "Las relaciones causales tienen un significado operacional, entonces, en la medida en que ciertas alteraciones o "intervenciones" en la estructura puedan asociarse con subconjuntos completos específicos de ecuaciones" (p. 65). Continuó, "descubrimos que podríamos proporcionar una ordenación [causal] con una base operacional si pudiéramos asociar con cada ecuación de una estructura un poder específico de intervención, o "control directo". Por lo tanto,... las ecuaciones estructurales son ecuaciones que corresponden a posibilidades específicas de intervención"(p.66).

La discusión de Simon habría sido más clara si hubiera incorporado explícitamente esta idea en su definición de orden causal, como lo hemos hecho, en vez de implícitamente adjuntar la condición relevante más adelante como condición para que los órdenes causales sean operativamente significativos. Ésta es, por supuesto, una crítica de exposición, no de sustancia.

Nuestra simplificación (con respecto a Simon) de tratar a los coeficientes como constantes en lugar de variables externas no altera la sustancia del argumento de Simon: es fácil ver a partir del examen de ejemplos que si  $y_1 \rightarrow y_2$  cuando los coeficientes son tratados como constantes, lo mismo ocurre cuando los coeficientes se tratan como variables externas.<sup>11</sup> Suponiendo que el modelo sea lineal en las variables (consecuencia de tratar a los coeficientes del modelo de Simon como constantes) limita la aplicabilidad directa del análisis. Los modelos contemporáneos probablemente no sean lineales. Una vez más, sin embargo, el análisis puede extenderse al caso general. La principal diferencia entre el análisis de causalidad en modelos lineales versus no lineales es que en el último caso los órdenes causales ya no están asociados con las constantes que miden la fuerza de los efectos causales: en general la magnitud de un cambio dado en la variable causa sobre la variable efecto depende de los valores de todas las variables externas.

El tema de este trabajo es que el análisis de Simon de la causalidad difiere en aspectos fundamentales de tratamientos más recientes. Señalaremos algunas de las características distintivas del tratamiento de Simon. Primero, Simon puso en claro que estaba analizando causalidad en el contexto de un modelo formal, no la causalidad que se aplica directamente a la realidad o a la realidad percibida. En contraste, en prácticamente todas las discusiones en la

<sup>11</sup> Sin embargo, la recíproca no es cierta: el cambio de una variable externa en constante reduce el conjunto de posibles intervenciones, lo que implica que  $y_1$  ya no puede causar a  $y_2$ .

literatura de filosofía, y en algunos en la literatura económica, la causalidad se discute como una característica directa de la realidad. En segundo lugar, *con la definición de Simon, la causalidad no es una cuestión de cómo se interpreta o aplica un modelo: más bien, el orden causal implícito de un modelo puede deducirse sin ambigüedad* de su estructura formal. En tercer lugar, en Simon los modelos de tratamiento se escriben en la forma usual como *mapas de variables externas a internas*. Como se señaló anteriormente, en algunos tratamientos alternativos de causalidad el signo igual se interpreta como asimétrico, con variables de causa en el lado derecho y las variables de efecto en el lado izquierdo. En los tres aspectos en este artículo seguimos la pista de Simon.

Estas características del tratamiento de Simon de la causalidad tienen la implicancia de que algunos enunciados que son habitualmente interpretados como causales no satisfacen requisitos formales de causalidad. Por ejemplo, consideren la afirmación "Ayer bebí demasiado (D). Por lo cual me quedé dormido mientras fumaba (S), y el hacerlo causó que mi casa se incendiara (B)". Aquí D es claramente externo, y sería natural diagramar este enunciado como "D → S → B". El problema es que la condición de exclusión para "S → B" falla: no existe una variable externa que afecte a B pero no a S. De modo equivalente, S se determina en el mismo bloque de ecuaciones que B, lo que implica que S y B se traten adecuadamente como simultáneos, no causalmente ordenados. Se deduce que la inferencia de que S causó B es una característica de interpretación del modelo, no su estructura formal.

El hecho de que a veces estemos dispuestos a inferir la causalidad en entornos donde el análisis formal de Simon no justifica esta inferencia no refleja ninguna deficiencia en el tratamiento de Simon. Las declaraciones informales de causalidad, como la que acaba de darse, generalmente suponen condiciones de estado no declaradas ("el extintor no funcionó (E), así que no pude apagar el fuego"). La incorporación explícita de variables que representan condiciones de fondo generalmente permite satisfacer la condición de exclusión para un orden causal. En este caso, E se incluiría como una variable externa que aparece en el conjunto externo de B, pero no en el de S. Bajo esta modificación tendríamos  $S \rightarrow B$ .<sup>12</sup>

### 1.3 Causalidad como Suficiencia<sup>13</sup>

Parte de la razón por la cual la caracterización de Simon de la causalidad no es muy utilizada actualmente es que Simon no proporcionó una explicación clara de lo que sigue si una variable causa otra. ¿Qué tiene que ver el hecho de que la variable causal se determine en un subsistema de orden inferior con respecto al efecto con la causalidad? ¿Cuál es el contenido de "significativo operativamente" en este contexto, y cuál es la conexión entre este concepto y la condición de exclusión? ¿Qué intervenciones son admisibles si  $y_1$  causa  $y_2$ , pero no de otra manera? ¿Cuál es la interpretación de estas intervenciones?

La mejor manera de proporcionar contenido intuitivo a la causalidad es considerar ejemplos simples. Veremos que en algunos casos está claro que las declaraciones causales no son apropiadas, mientras que en otros casos es igualmente claro que lo son. El examen de la diferencia entre estos ejemplos sugerirá el principio general. Este principio se expone de manera más formal en la siguiente subsección.

<sup>12</sup> En este ejemplo, la causalidad se expresa como una relación entre eventos más que entre variables. El lector puede suministrar la modificación indicada de la estructura formal expuesta anteriormente para tratar este caso.

<sup>13</sup> Para ésta y las subsecciones siguientes véase LeRoy [18].

Tomemos por ejemplo el siguiente modelo de oferta-demanda:

$$\begin{aligned} [17] \quad & q_s = a_{sp} p + b_{sw} w \\ [18] \quad & q_d = a_{dp} p + b_{di} i \\ [19] \quad & q_s = q_d = q, \end{aligned}$$

donde  $q_s$  es la cantidad ofrecida,  $q_d$  la cantidad demandada,  $q$  la cantidad de equilibrio,  $i$  es el ingreso,  $p$  es el precio y  $w$  una variable climática. Las variables externas son el clima (p. ej. nivel de precipitaciones pluviales) y el ingreso, y las restantes son internas.

En el sistema [17] – [19] la pregunta "¿cuál es el efecto del clima (lluvia) sobre la cantidad de equilibrio?" es inequívoca: el efecto puede calcularse directamente a partir del modelo. Esto es así porque el clima es externo. Sin embargo, si uno preguntara "¿cuál es el efecto del precio sobre la cantidad de equilibrio?", la respuesta apropiada sería que la pregunta es errónea. El precio y la cantidad son internos. Se determinan simultáneamente, y ninguna variable es causalmente anterior a la otra.

Aquí vale la pena entrar en detalles sobre el razonamiento. La intervención supone que el precio cambia de, digamos,  $p$  a  $p + \Delta p$ : El problema es inferir el efecto de esta intervención en  $q$ . La razón de que la pregunta sea ambigua es que cualquiera de un número infinito de pares de cambios en las variables externas "clima" e "ingreso" podría haber causado el supuesto cambio de precio, y a estas intervenciones corresponden diferentes valores de  $q$ . Por lo tanto, la razón por la que la pregunta es errónea es que no da suficiente información sobre la intervención que se considera para permitir una respuesta única.

La sugerencia es que las declaraciones causales que involucran variables internas como causas son ambiguas y, por tanto, inadmisibles, excepto cuando **todas las intervenciones consistentes con un cambio dado en la variable causa se asignan al mismo cambio en la variable efecto.** Ello conduce a definir dos variables internas como causalmente ordenadas cuando se satisface la condición indicada, y no de otra manera.

Sea ahora el modelo:

$$\begin{aligned} [20] \quad & q_s = b_{sw} w + b_{sf} f \\ [21] \quad & q_d = a_{dp} p + b_{di} i \\ [22] \quad & q_s = q_d = q, \end{aligned}$$

donde ahora  $f$  es cantidad de fertilizante usado. El clima, el fertilizante y el ingreso son las variables externas. Aquí a pesar de que  $q$  es interna no hay ningún problema con la aserción de que  $q$  sea causa de  $p$ : Esto es así porque todas las intervenciones en el clima y el fertilizante coherentes con un cambio dado en  $q$  mapean en el mismo valor de  $p$ , como es obvio por la estructura del modelo.

#### 1.4 Un enunciado formal

Sea el conjunto externo  $X_j$  para una variable interna particular  $y_j$  el conjunto mínimo de variables externas tales que  $y_j$  pueda escribirse como una función de  $X_j$ . Entonces el modelo (1) se puede escribir en la forma

$$[23] \quad y_j = \beta_j X_j \quad j=1, \dots, n,$$

donde  $\underline{X}_j$  es un vector del cual los elementos son los miembros de  $X_j$ , y  $\beta_j$  es un vector conformable de constantes. Por supuesto,  $\beta_j$  coincide con la  $j$ -ésima fila de  $C$  con los elementos cero eliminados.

Supongan que  $X_i \subset \subset X_j$ , donde  $\subset \subset$  significa "es un subconjunto propio de". A partir de ahora llamaremos a ésta la condición de subconjunto. Además, definan  $X_{j,i}$  como  $X_j - X_i$  (es decir, como el conjunto que consiste de los elementos de  $X_j$  que no están en  $X_i$ ). Definimos  $\underline{X}_{j,i}$  como vector cuyos elementos son los miembros de  $X_{j,i}$ . Supongan, además, que existe una constante escalar  $\gamma_{j,i}$  y un vector de constantes  $\delta_{j,i}$  tales que [23] puede escribirse en la forma

$$[24] \quad y_j = \beta_j \underline{X}_i = \gamma_{j,i} y_i + \delta_{j,i} \underline{X}_{j,i}$$

La existencia de  $\gamma_{j,i}$  y  $\delta_{j,i}$  con esta propiedad implica que todas las intervenciones en  $X_i$  consistentes con un cambio dado en  $y_i$  tienen el mismo efecto sobre las  $y_j$ . Luego toda la información relevante para  $y_j$  contenida en  $X_i$  está resumida en  $y_i$ , por lo que aunque varias intervenciones posibles en  $X_i$  podrían haber causado la variación de  $y_i$ , cada intervención posible tiene el mismo efecto sobre  $y_j$ . Cuando existen  $\gamma_{j,i}$  y  $\delta_{j,i}$  que satisfacen la propiedad anterior decimos que  $y_i$  es una causa simple de  $y_j$  y se lo escribirá  $y_i \Rightarrow y_j$ . Así,  $y_i \Rightarrow y_j$  significa que  $y_i$  es suficiente para  $X_i$  en la determinación de  $y_j$ . Llamaremos a la condición de que existen  $\gamma_{j,i}$  y  $\delta_{j,i}$  con las propiedades que acabamos de describir, la condición de suficiencia. Así tenemos que  $y_i \Rightarrow y_j$  si y sólo si se satisfacen tanto la condición de subconjunto como la de suficiencia.

En general,  $X_i \subset \subset X_j$  no implica la existencia de  $\gamma_{j,i}$  y  $\delta_{j,i}$  satisfaciendo [24]. Por lo tanto, no suele ser el caso de que  $X_i \subset \subset X_j$  implique  $y_i \Rightarrow y_j$ . Sin embargo, si  $X_i \subset \subset X_j$ , puede existir alguna otra variable interna  $y_k$  que satisfaga la condición de subconjunto tal que todas las intervenciones en  $X_i$  consistentes con un cambio dado de  $y_i$  y un valor dado de  $y_k$  se correspondan con el mismo valor de  $y_j$ . Entonces tenemos una causalidad condicional, indicada por  $y_i \Rightarrow y_j | y_k$ . Aún más generalmente, el conjunto de condicionamiento puede incluir varias variables internas en lugar de sólo una, y puede incluir una o más variables externas.

Para la causalidad condicional se requieren dos condiciones. **Primero,  $y_i$  debe ser de libre variación**: si las variables que se mantienen constantes determinan completamente  $y_i$ , no tiene sentido hablar del efecto de las variaciones en  $y_i$  sobre  $y_j$ , *ceteris paribus*. Por ejemplo, si el conjunto de acondicionamiento incluye todas las variables externas, no es posible ninguna variación en  $y_i$ . Más precisamente, la condición libre de variación se satisface para  $y_i \Rightarrow y_j | y_k$  si el modelo permite una variación independiente en  $y_i$  y  $y_k$  sin restringir  $y_j$ .

Segundo, **si hemos de tener  $y_i \Rightarrow y_j | y_k$ , el conjunto de acondicionamiento debe ser tal que asegure que todos los valores de las variables externas  $X_i$  consistentes con un cambio dado en  $y_i$  y un nivel dado de  $y_k$  produzcan el mismo cambio en  $y_j$** . Este requisito, que corresponde al requisito de suficiencia para la causación simple, es necesario para evitar la ambigüedad en el efecto de las variaciones en el conjunto externo para  $y_i$  en  $y_j$ .

Cuando  $X_i \subset \subset X_j$ , siempre habrá algún subconjunto (posiblemente el conjunto nulo, si  $y_i \Rightarrow y_j$ ) de variables externas e internas tales que  $y_i$  cause a  $y_j$  condicional a ese conjunto de variables. Vamos a escribir  $y_i \rightarrow y_j$  si ya sea  $y_i \Rightarrow y_j$  o  $y_i \Rightarrow y_j | z_k$  para algún escalar o vector  $z_k$ . Así  $y_i \rightarrow y_j$  bajo la definición dada es equivalente a  $X_i \subset \subset X_j$ .



Si  $y_i \rightarrow y_j$ , existe un conjunto de variables de condicionamiento  $z_k$  tales que  $y_i \Rightarrow y_j | z_k$ , pero ese conjunto no es necesariamente único. Por ejemplo, en el modelo

$$[25] \quad y_1 = b_{11}x_1 + x_2$$

$$[26] \quad y_2 = a_{21}y_1 + b_{21}x_1 + x_3,$$

donde  $x_1$ ,  $x_2$  t  $x_3$  son variables externas, tenemos que  $y_1 \Rightarrow y_2 | x_1$ , pero también  $y_1 \Rightarrow y_2 | x_2$ . En el primer caso la intervención está en  $x_2$ , mientras que en el segundo caso está en  $x_1$ . El coeficiente asociado con  $y_1 \Rightarrow y_2 | x_1$  es claramente  $a_{21}$ . Sin embargo, en el caso de  $y_1 \Rightarrow y_2 | x_2$  las cuestiones son más complicadas: debemos distinguir entre efecto directo de  $x_1$  sobre  $y_2$ , que tiene coeficiente  $b_{21}$ , y su efecto indirecto. El efecto indirecto tiene coeficiente  $a_{21}$  si la variable causa se identifica con  $y_1$ , y  $a_{21}b_{11}$  si se identifica con  $x_1$ .

La causalidad condicional puede plantear problemas de interpretación. La intervención indicada requiere un cambio no nulo en las variables en  $X_i$ , con los cambios requeridos para satisfacer una relación lineal que mantenga constante  $y_k$ . La existencia de tales relaciones funcionales entre variables externas parece entrar en conflicto con el supuesto de que las variables externas no experimentan variación. Si existe una relación funcional entre las variables en  $X_i$ , suponer que estas variables sean externas es una especificación errónea. Por lo tanto, la intervención es inadecuada en el modelo supuesto.

En otros casos, este problema no se plantea. Por ejemplo, en el caso importante en que la matriz  $A$  del modelo [3] es triangular (no sólo triangular en bloque), cada  $y_i$  causa que  $y_j$  ( $i < j$ ) condicione a  $y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_{j-1}$ . Sin embargo, la intervención indicada implica sólo una variable externa, por lo que no hay violación de la condición de libre variación.

Se verifica fácilmente que la definición anterior de  $y_i \rightarrow y_j$  coincide con la definición de Simon: suponiendo que se cumple la condición de exclusión,  $y_i$  aparece en el bloque de ecuaciones que determina  $y_j$  y también en un bloque de orden inferior si y sólo si  $X_i \subset \subset X_j$ . Así  $y_i \rightarrow y_j$  puede referirse tanto a la causalidad condicional definida aquí como a la definición de causalidad de Simon.

## 1.5 Causalidad e intervención en los parámetros

Hasta ahora hemos tomado a los coeficientes como si fueran constantes en lugar de ser variables o parámetros. Este supuesto fue sólo por conveniencia. Muchos problemas de causalidad no satisfacen esta restricción. Por ejemplo, tan pronto como los coeficientes se tratan como variables externas más que como constantes, los modelos se tornan bilineales en lugar de lineales. En esta subsección hacemos algunas observaciones sobre las consecuencias de tratar a los coeficientes como parámetros en modelos de fechas múltiples.

Los macroeconomistas neoclásicos subrayan que el análisis de los cambios en las políticas macroeconómicas requiere identificar y estimar "parámetros profundos" (etiquetados aquí como parámetros externos). Esto es correcto si uno está considerando cambios en los regímenes de política, y si uno está modelando el cambio de régimen como intervenciones paramétricas, como lo recomienda la crítica de Lucas (Lucas [20]), al menos en algunos documentos. He argumentado en otra parte (LeRoy [19]) que el que los cambios de políticas en los modelos dinámicos se deban modelar apropiadamente a través de intervenciones sobre parámetros externos o sobre procesos externos depende de la pregunta formulada: si la intervención pretende aplicarse tanto al pasado como al presente y al futuro, se indicarán in-

tervenciones paramétricas. Si sólo se va a afectar el presente y / o el futuro, son indicadas las intervenciones del proceso.

Un punto importante es que si los cambios de régimen se modelan usando procesos más que intervenciones paramétricas, no hay necesidad de modelar cómo dependen los parámetros internos de los parámetros externos. Para ver esto, supongamos que tenemos un modelo que es lineal en variables si los coeficientes son tratados como constantes. Como se observó anteriormente, si  $y_{1t}$  es causa de  $y_{2t}$  en este contexto, entonces esto sigue siendo verdadero cuando los coeficientes son tratados como parámetros. Esto es así independientemente del orden causal entre los parámetros. La única diferencia entre los dos casos es que en el último caso los parámetros externos, o algún subconjunto de ellos, se incluyen en los conjuntos exógenos, pero este cambio no causará el fracaso del subconjunto y de las condiciones de suficiencia, suponiendo que éstas se satisfacen cuando los coeficientes se tratan como constantes. Este punto subraya la importancia de la observación de Marschak [21] de que el análisis de causalidad no siempre requiere una caracterización completa del orden causal de un modelo.

Hoover [13] señaló que una implicación potencialmente docimable de la causalidad es que las intervenciones en los [parámetros externos que determinan la] distribución de probabilidad de la variable de causa no deben afectar a la distribución de probabilidad de la variable de efecto condicional a la variable causa. Cartwright [1], pág. 57, se opuso a esta afirmación: *Si  $x$  causa  $y$ , entonces en un modelo de dos variables  $D(y|x)$  [la distribución de  $y$  condicional a  $x$ ] mide la fuerza del efecto de  $x$  sobre  $y$  [la notación de Cartwright ha sido cambiada]. Es evidente que la cuestión de la invariancia de la fuerza de esta influencia a través de las intervenciones previstas en  $x$  es de gran interés en sí misma. Pero descubrir la respuesta no es una prueba de causalidad, ni en la situación original ni en ninguna de las nuevas situaciones que podrían ser creadas por la intervención. Incluso si  $x$  es causa de  $y$  en la situación original y continúa siéndolo a través de todos los cambios previstos, generalmente no hay razón para pensar que las intervenciones que cambien la distribución de  $x$  no afectarán también al mecanismo por el cual  $x$  produce  $y$ , y por lo tanto también cambiarán la fuerza de la influencia de  $x$  sobre  $y$ .*

La última frase de este pasaje parece incorrecta, al menos bajo la concepción de causalidad analizada en este artículo. Cartwright está ciertamente en lo cierto al determinar que una distribución condicional que parece ser invariante en el tiempo no constituye una prueba de causalidad. Sin embargo, es fácil demostrar que si  $y_1$  es causa de  $y_2$ , entonces la distribución de  $y_2$  condicional a  $y_1$  será invariante a las intervenciones en  $X_1$ , como aseveró Hoover. Para ver esto, consideren el modelo

$$\begin{aligned} [27] \quad & y_1 = x_1 + x_2 u_1 \\ [28] \quad & y_2 = x_3 + x_4 y_1 + x_5 u_2, \end{aligned}$$

donde  $x_1, \dots, x_5$  son variables externas, y  $u_1$  y  $u_2$  son dos variables externas no observadas independientemente distribuidas. Para simplificar supondremos que  $u_1$  y  $u_2$  tienen media cero y varianza unitaria. Al tomar  $x_2$  como un parámetro en lugar de una constante le permite al analista considerar intervenciones sobre el desvío estándar de  $y_1$ .

En el modelo no lineal [27] - [28]  $y_1$  es causa de  $y_2$ . Para ver esto, observen que tenemos que los conjuntos externos para  $y_1$  e  $y_2$  son

$$\begin{aligned} [29] \quad & X_1 = (x_1, x_2, u_1) \\ [20] \quad & X_2 = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, u_1, u_2), \end{aligned}$$

que satisfacen la condición de subconjunto  $X_1 \subset \subset X_2$ . También se satisface la condición de suficiencia para  $y_1 \Rightarrow y_2$ . Una intervención sobre  $x_2$  afectará la distribución marginal de  $y_1$ , pero no afectará a  $D(y_2 | y_1)$ .

Como Cartwright observó en el pasaje que acabamos de citar, es fácil imaginar modelos en los que intervenciones sobre  $x_2$  afectan a los parámetros de la distribución condicional de  $y_1$ . Sin embargo, en tales modelos por definición las condiciones para  $y_1 \Rightarrow y_2$  fallarán, contrariamente a lo supuesto. Parece, pues, que la aseveración de Hoover es correcta.

## 2 Causalidad e Identificación

### 2.1 Identificación y Restricciones de Exclusión

Hemos visto que las restricciones de exclusión juegan un papel central en la determinación del orden causal. Como es bien sabido, también desempeñan un papel central en la determinación de si los parámetros en un modelo son identificados (Fisher [7]). A pesar del papel común de las restricciones de exclusión en la determinación de la causalidad y la identificación, las dos son nociones muy diferentes. La causalidad es un ordenamiento de las variables internas, mientras que la identificación tiene que ver con si el econometrista puede hacer inferencias sobre los valores de los parámetros de la distribución (de la población) de las variables observadas. La causa puede ser definida y analizada sin siquiera especificar qué variables se observan, y de hecho esto es exactamente lo que hemos hecho hasta ahora. Sin embargo, la estimación empírica de los parámetros causales requiere supuestos que aseguren la identificación, y esto es diferente de la causalidad. Que los parámetros sean identificados no sólo depende de qué variables son excluibles de cuáles ecuaciones, sino también de qué variables se observan y qué supuestos distributivos se imponen a las variables (externas) que no se observan.

Como se acaba de señalar, la discusión sobre la identificabilidad requiere especificar qué variables son observadas por el econometrista y cuáles no. Tanto las variables internas como las externas pueden ser observadas o no. Se asignan distribuciones de probabilidad a variables externas no observadas como parte de la especificación del modelo, y éstas inducen distribuciones en variables internas observadas y no observadas. A partir de ahora usaremos  $u$  para denotar variables no observadas, y todas las demás letras para denotar variables observadas.

Para ilustrar la diferencia entre causalidad e identificabilidad, sea el modelo de oferta-demanda:

$$\begin{aligned} [31] \quad & q = a_1 p + b_1 x_1 + b_2 x_2 + u_1 \\ [32] \quad & q = a_2 p + b_3 x_1 + b_4 x_2 + u_2; \end{aligned}$$

donde  $x_1$  y  $x_2$  son variables de desplazamiento externas observadas (precipitaciones, ingresos y fertilizantes desempeñaron este papel arriba) y  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  y  $b_2$  son constantes. En su forma actual, ninguno de los coeficientes de este modelo es identificable: las observaciones sobre  $p$ ,  $q$ ,  $x_1$  y  $x_2$  no pueden ser utilizadas para estimar los coeficientes. Con la restricción  $b_2 = b_3 = 0$ , todos los coeficientes son identificables, incluyendo  $a_1$  y  $a_2$ , las elasticidades precio de la demanda y la oferta.<sup>14</sup> Sin embargo, estos coeficientes no miden la fuerza de las relaciones cau-

<sup>14</sup> Los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$  serán interpretables como *elasticidades* si las variables  $p$  y  $q$  vienen expresadas en logaritmos. (N. del T.)

sales porque  $p$  no es causalmente anterior a  $q$ : vemos que en general la identificación es un problema en estimar no sólo las constantes asociadas con la causalidad, sino también las asociadas con la determinación simultánea de variables internas.

Al allegar evidencia empírica sobre la evaluación de la relación causal (o falta de ella) entre las variables  $y_i$  y  $y_j$  en un modelo dado, entonces, se deben distinguir dos preguntas. Primero, ¿están las dos variables causalmente ordenadas? Si no es así, la cuestión de la identificación de los coeficientes causales no surge porque no hay coeficiente causal. Si las dos variables están causalmente ordenadas, entonces el coeficiente asociado está bien definido conceptualmente, pero no está necesariamente identificado.

Hay un supuesto que juega un papel central en asegurar la identificabilidad de los coeficientes causales, a saber que ***todas las variables externas no observadas son (estadísticamente) independientes de las variables externas observadas, y entre sí.*** De aquí en adelante llamaremos a éste el ***supuesto de independencia.***<sup>15</sup> La función de este requisito es obligar al constructor del modelo a declarar explícitamente lo que se asume sobre la causalidad, en lugar de enterrar la causalidad en correlaciones no interpretadas entre variables externas.

Para entender el papel del supuesto de independencia, consideren dos variables observadas  $y_1$  e  $y_2$ . Obviamente, el conocimiento de su distribución de probabilidad conjunta no permite inferir qué variable, si la hay, causa a la otra. Sin embargo, el analista puede sin duda definir una variable no observada  $u_1$  y una constante  $a_{21}$  tales que  $y_1$  y  $y_2$  satisfagan

$$[33] \quad y_2 = a_{21}y_1 + u_1,$$

donde la distribución especificada de  $u_1$  y el valor elegido de  $a_{21}$  generan la distribución de probabilidad conjunta de  $y_1$  e  $y_2$ . Si el constructor del modelo está dispuesto a interpretar a  $y_1$  y  $u_1$  como variables externas, entonces tenemos  $y_1 \Rightarrow y_2$ . Aquí, por supuesto, el supuesto de que  $y_1$  y  $u_1$  son variables externas no está implícito en la ecuación [33]; es un supuesto separado. Existe un número infinito de pares del parámetro  $a_{21}$  y variable aleatoria  $u_1$  que generen una distribución dada de  $y_1$  e  $y_2$ , lo que implica que  $a_{21}$  no está identificado.

Correspondientemente, el constructor del modelo puede simplemente proyectar  $y_2$  sobre  $y_1$ :

$$[34] \quad y_2 = c_{21}y_1 + u_2.$$

Aquí por construcción  $u_2$  no está correlacionada con  $y_1$ , y la variable aleatoria  $u_2$  y el parámetro  $c_{21}$  son únicos. Sin embargo, en ausencia de otros supuestos, esta descomposición de  $y_2$  en  $y_1$  y  $c_{21}$  no tiene nada que ver con la causalidad; las variables de causa se pueden proyectar en las variables de efecto, así como viceversa.

Como es obvio, estas dos descomposiciones de  $y_2$  en  $y_1$  y una variable aleatoria no observada son operaciones muy diferentes: la construcción de  $u_1$  y el supuesto de que es externa implican que  $y_1 \Rightarrow y_2$ , pero el coeficiente asociado no está identificado. En contraste, la construc-

<sup>15</sup> El supuesto de independencia es esencialmente el mismo que el *principio de causa común*, que expresa que si dos variables están correlacionadas, entonces una variable es causa de la otra o las dos variables tienen una causa común (Reichenbach [23]). Aquí, sin embargo, la independencia es interpretada como una restricción formal en modelos y no como una proposición filosófica. Como tal, se evalúa la idoneidad del supuesto según si es analíticamente fructífero, en lugar de si es coherente, por ejemplo, con la correlación entre los precios del pan británico y el nivel del mar en Venecia (véase discusión en Hoover [16]).

ción de  $u_2$  garantiza su falta de correlación con  $y_1$ , pero no tiene nada que ver con causalidad. Si estamos dispuestos a asumir ulteriormente que  $u_1 = u_2$  - o, equivalentemente, que  $y_1$  y  $u_1$  no están correlacionados, o que  $u_2$  es externo - podemos interpretar el coeficiente  $c_{21}$  de la proyección de  $y_2$  en  $y_1$  como coeficiente causal.

Una implicancia del supuesto de independencia es que si una variable causa a otra, ambas variables están necesariamente correlacionadas.<sup>16</sup> En algunos contextos esto puede parecer contradictorio. Supongan que  $y_{it}$  es generada de acuerdo con

$$[35] \quad y_{it} = \theta_{11}y_{1,t-1} + \theta_{12}y_{2,t} + u_t;$$

donde  $y_{2t}$  es un regulador, cuyo comportamiento es generado por

$$[36] \quad y_{2t} = \theta_{21}y_{1,t-1}.$$

Luego la evolución de  $y_{1,t}$  sigue

$$[37] \quad y_{1,t} = (\theta_{11} + \theta_{12}\theta_{21})y_{1,t-1} + u_t,$$

donde las variables externas son  $u_t$ ,  $u_{t-1}, \dots$  e  $y_0$ . Las definiciones de causalidad implican que tenemos  $y_{1,t-1} \Rightarrow y_{1,t}$  bajo el supuesto (hasta ahora no declarado) de que  $\theta_{11} + \theta_{12}\theta_{21} \neq 0$ .

Empero, supongan que el regulador opera eligiendo  $c$  de tal manera de reducir al mínimo la varianza incondicional de  $y_t$ . Esto da como resultado  $\theta_{11} + \theta_{12}\theta_{21} = 0$ , o, en forma equivalente,  $\theta_{21} = -\theta_{11}/\theta_{12}$ ; lo cual implica que [37] se transforma en

$$[38] \quad y_{1,t} = u_t.$$

En este caso especial, el regulador  $y_{2,t}$  ya no está correlacionado con  $y_{1,t}$ , y ya no tenemos causalidad:  $\sim y_{1,t-1} \Rightarrow y_{1,t}$ . Este resultado puede parecer contrario al uso del lenguaje ordinario del término "causalidad", pero es una consecuencia inevitable de las definiciones.

Bajo cualquier parametrización particular de un modelo, imponer el requisito de independencia es obviamente muy restrictivo. Sin embargo, la imposición de independencia en alguna parametrización relacionada del modelo equivale sólo a exigir al modelador que indique explícitamente lo que está o no está dispuesto a asumir sobre la causalidad. Este no es un requisito irrazonable en la medida en que el objetivo sea llegar a conclusiones causales. Por ejemplo, el modelador que está dispuesto a asumir  $y_2 \Rightarrow y_1$  en lugar de  $y_1 \Rightarrow y_2$  generaría  $y_1$  a partir de  $y_1 = a_{12}y_2 + u_1$ , con  $y_2$  y  $u_1$  asumidos externos e independientes. Finalmente, si el constructor del modelo no estuviera dispuesto a asumir que ya sea  $y_1$  o  $y_2$  causa a la otra, podría especificar la parametrización

$$[39] \quad y_1 = a_{12}y_2 + u_1$$

$$[40] \quad y_2 = a_{21}y_1 + u_2.$$

Aquí  $u_1$  y  $u_2$  son independientes por el supuesto de independencia, pero esto no implica ni  $y_1 \Rightarrow y_2$  ni  $y_2 \Rightarrow y_1$ .

<sup>16</sup> Por supuesto, lo contrario no es cierto: si los conjuntos externos de dos variables internas tienen una intersección no vacía, el supuesto de independencia implica que las dos variables estarán correlacionadas. Sin embargo, si ningún conjunto externo es un subconjunto del otro, entonces las dos variables no están causalmente ordenadas, incondicional o condicionalmente.



## 2.2 Causalidad y Regresión

En LeRoy [18] se señaló que, bajo la condición de que todas las variables externas no observadas estén distribuidas independientemente, los coeficientes asociados con la causalidad pueden estimarse de forma consistente por mínimos cuadrados ordinarios. Esto es así porque bajo la restricción enunciada las variables que representan las causas son estadísticamente independientes de los términos de error. Por lo tanto, la teoría econométrica puede usarse a veces para determinar causalidad: el conocimiento de que los mínimos cuadrados ordinarios dan lugar a inconsistencia implica ausencia de causalidad (simple). El ejemplo dado para ilustrar este punto fue el modelo

$$[41] \quad y_t = \theta_1 y_{t-1} + u_{1t}$$

$$[42] \quad u_{1,t} = \theta_2 u_{1,t-1} + u_{2,t},$$

donde se supone que las variables externas no observadas  $u_{2,t}$ ,  $u_{2,t-1}$ , ...,  $u_{2,1}$ ,  $u_{2,0}$  e  $y_0$  son independientes. Cuando  $\theta_2 \neq 0$  tenemos que  $y_{t-1}$  está correlacionado con  $u_{1t}$ , por lo que una regresión de mínimos cuadrados de  $y_t$  en  $y_{t-1}$  no producirá una estimación consistente de  $\theta_1$ . Del resultado indicado se sigue que  $\sim y_{t-1} \Rightarrow y_t$ . Comprobando, la condición de subconjunto para  $y_{t-1} \Rightarrow y_t$  se cumple, pero falla la condición de suficiencia: los elementos del conjunto externo para  $y_{t-1}$  (estos son  $u_{2,t-1}$ , ...,  $u_{2,0}$  e  $y_0$ ) afectan a  $y_t$  a través de  $u_{1t}$  así como a través de  $y_{t-1}$ . Por lo tanto tenemos  $\sim y_{t-1} \Rightarrow y_t$ .

En respuesta a esto, Hoover [14] observó que la aplicación de la [transformación de Koyck](#) resulta en

$$[43] \quad y_t = (\theta_1 + \theta_2)y_{t-1} - \theta_1\theta_2 y_{t-2} + u_{2,t},$$

ecuación en la cual los parámetros  $\rho + \lambda$  y  $\rho\lambda$  se estiman de modo consistente por mínimos cuadrados ordinarios. Además, las estimaciones consistentes separadas de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  se calculan fácilmente a partir de los coeficientes de regresión estimados. Hoover parecía ver este resultado como planteando interrogantes sobre la validez de la inferencia de que el fracaso de mínimos cuadrados ordinarios implica la inexistencia de causalidad, aunque no señaló un error en el razonamiento ni explicó el argumento. De hecho, la regresión múltiple de  $y_t$  sobre  $y_{t-1}$  e  $y_{t-2}$  es diferente de la regresión univariante de  $y_t$  sobre  $y_{t-1}$ : el hecho de que mínimos cuadrados ordinarios sea válido en [43] sugiere que aunque no tengamos la causalidad simple  $y_{t-1} \Rightarrow y_t$ , podríamos tener la causalidad condicional  $y_{t-1} \Rightarrow y_t | y_{t-2}$  y se puede verificar directamente de la definición de causalidad condicional que éste es el caso.

## 3 Tratamientos alternativos de la causalidad

Como se ha señalado en la introducción, muchas exposiciones de la práctica macroeconómica contemporánea en lo que se refiere a causalidad dan la impresión de que es esencialmente un refinamiento y una extensión de los puntos de vista de Cowles, particularmente los de Simon. Los elementos esenciales, se nos dice, fueron tomados como un todo; los desarrollos posteriores añadieron precisión y detalles ampliados, pero no afectaron la sustancia. Por el contrario, las discusiones contemporáneas son mucho más esbozadas que el tratamiento de Cowles (aunque los economistas de Cowles no están exentos de crítica a este respecto), y generalmente difieren en aspectos esenciales del tratamiento de Cowles. El lector persuadido por esta evaluación estará motivado a entender las diferencias en los diferentes tratamientos para determinar qué línea ofrece la mejor perspectiva para mejorar la práctica analítica. Pronto quedará claro que aquí la opinión es que en la (considerable) medida en que la

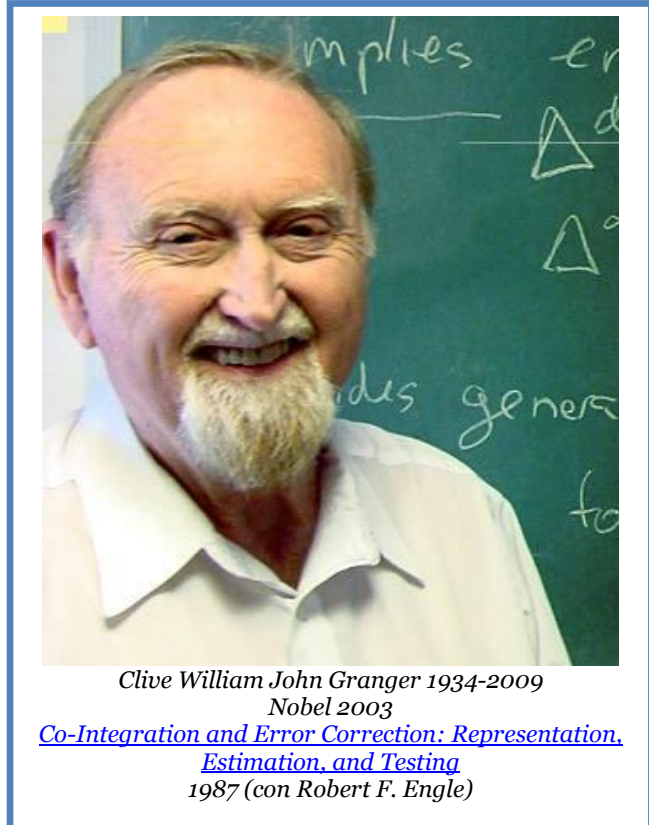
práctica moderna difiere del análisis de Cowles, las diferencias no representan claras mejoras.

### 3.1 Sims-Granger

Los economistas de la Comisión Cowles enfatizaron que en ausencia de otra información de identificación, los órdenes causales no son empíricamente comprobables: dos modelos con orden causal diferente pueden ser equivalentes desde el punto de vista de las observaciones (sigue siendo cierto que, junto con otras restricciones, los órdenes causales pueden ser sobreidentificantes, por lo tanto comprobables). Posteriormente, varios economistas cuestionaron esta sentencia, afirmando aparentemente que la causalidad es directamente comprobable. Por ejemplo, Sims [26], p. 24, escribió:

*Cuando, como suelen hacer los econométricos que estiman modelos, alguien afirma que una determinada variable o grupo de variables tiene carácter estrictamente exógeno en una determinada regresión, esa aseveración es, en modelos de series temporales, comprobable. A "exogeneidad" se da su definición estándar de libro de econometría. Las pruebas de exogeneidad son, por lo tanto, una prueba fácilmente aplicable para el error de especificación, potente*

*contra la alternativa de que el sesgo de ecuaciones simultáneas esté presente. La utilidad de estas pruebas de especificación no debiera ser polémica....*



A pesar de la afirmación aquí de que el término "exogeneidad" tiene un significado estándar y la presunción en esta literatura de que este significado está estrechamente relacionado con el de causalidad, las cuestiones de definición vienen a la vanguardia. Un proceso  $y_2$  Granger-causa otro proceso  $y_1$  si los valores rezagados de  $y_2$  predicen  $y_1$  condicionales a valores rezagados de  $y_1$ . Si  $y_2$  falla en Granger-causar  $y_1$  entonces, según Granger [8], se pueden tomar las correlaciones entre los dos procesos para representar la influencia causal de  $y_1$  sobre  $y_2$ . Algunos críticos dejaron en claro que esta concepción de la causalidad carecía de una relación obvia con la causalidad definida en el lenguaje ordinario o en el análisis formal.<sup>17</sup> Sin embargo, el análisis no fue tan agudo como podría haber sido debido a la falta de una adecuada definición formal de causalidad para comparar con la causalidad de Granger, o así aparece retrospectivamente. La definición de causalidad desarrollada en este trabajo hace posible una comparación precisa con la causalidad de Granger.

<sup>17</sup> Recientemente, por ejemplo, el punto fue planteado al pasar por Heckman [10] al revisar las contribuciones de Cowles a la teoría econométrica. El artículo de Heckman se discute a continuación.

Supongan dos procesos,  $y_1$  e  $y_2$ , generados por

$$\begin{aligned} [44] \quad & y_{1,t} = a_{12}y_{2,t} + b_{11}y_{1,t-1} + b_{12}y_{2,t-1} + u_{1,t} \\ [45] \quad & y_{2,t} = a_{21}y_{1,t} + b_{21}y_{1,t-1} + b_{22}y_{2,t-1} + u_{2,t}, \end{aligned}$$

donde se satisface el supuesto de independencia (de modo que las variables externas  $u_{1t}$  y  $u_{2t}$  no observadas no están correlacionadas entre sí simultáneamente, con sus valores rezagados propios y los de la otra, y con los valores iniciales  $y_{1,0}$  e  $y_{2,0}$ ). Este modelo está subidentificado.

Su forma reducida es

$$\begin{aligned} [46] \quad & y_{1,t} = c_{11}y_{1,t-1} + c_{12}y_{2,t-1} + u_{3,t} \\ [47] \quad & y_{2,t} = c_{21}y_{1,t-1} + c_{22}y_{2,t-1} + u_{4,t}. \end{aligned}$$

De esto está claro que tenemos  $y_{1,t-1} \Rightarrow y_{1,t} | y_{2,t-1}$ , con el parámetro asociado  $c_{11}$ . Los otros parámetros  $c_{12}$ ,  $c_{21}$  y  $c_{22}$  están asociados con elementos similares del orden causal. Estos parámetros, por supuesto, están identificados. Obsérvese que estos elementos del orden causal se obtienen pese a la falta de identificación de la "forma estructural" (44) - (45), y de que  $y_1$  o  $y_2$  Granger-causen a la otra.

La Granger-causalidad se define a partir de la forma reducida [46]-[47]. Tenemos que  $y_2$  falla en Granger-causar  $y_1$  si  $c_{12} = 0$ , donde  $c_{12} = (b_{12} + a_{12}b_{22}) / (1 - a_{12}a_{21})$ . Si  $c_{12} = 0$ ,  $y_{1,t-1} \Rightarrow y_{2,t-1}$  se simplifica en  $y_{1,t-1} \Rightarrow y_{1,t}$ , por lo que la Granger-causalidad es necesaria y suficiente para que  $y_{1,t-1} \Rightarrow y_{1,t}$ . Sin embargo, estamos interesados en la causalidad involucrando  $y_1$  como causa e  $y_2$  como efecto, por lo que la relación  $y_{1,t-1} \Rightarrow y_{1,t}$  no reviste mucho interés.

Bajo la restricción  $a_{12} = 0$  el modelo genera  $y_{1,t} \Rightarrow y_{2,t} | y_{1,t-1}, y_{2,t-1}$  lo que da un sentido preciso de que el proceso  $y_1$  es causalmente anterior al proceso  $y_2$ . La restricción  $a_{12} = 0$ , siendo identificadora exactamente, por sí misma no tiene implicaciones observadas, y por lo tanto no es comprobable en ausencia de otras restricciones. En particular,  $c_{12} = 0$  no es ni necesaria ni suficiente para  $a_{12} = 0$  ( $b_{12} + a_{12}b_{22} = 0$  no es ni necesaria ni suficiente para  $a_{12} = b_{12} = 0$ ), por lo que la Granger-no causalidad no es necesaria ni suficiente para  $y_{1,t} \Rightarrow y_{2,t} | y_{1,t-1}, y_{2,t-1}$ .

Bajo la restricción  $a_{12} = b_{12} = 0$  se tiene  $y_{1,t} \Rightarrow y_{2,t+j} | y_{1,t-1}, j=1, 2, \dots$ . La Granger-no causalidad es necesaria para que  $a_{12} = b_{12} = 0$ , así que  $c_{12} \neq 0$  es evidencia contra  $y_{1,t} \Rightarrow y_{2,t+j} | y_{1,t-1}$ , sujeto a las advertencias usuales sobre error de muestreo y similares, bajo los supuestos mantenidos del modelo. Sin embargo, la no causalidad de Granger no es suficiente para que  $a_{12} = b_{12} = 0$ , y es fácil construir ejemplos teóricos con "exogeneidad espuria" (Granger-no causalidad sin  $a_{12} = b_{12} = 0$ ). Sims [26] expresó la opinión de que la exogeneidad espuria es "poco probable". Dado que esta opinión se formuló en el contexto de un modelo escrito en forma abstracta (como [44] - [45]), está claro que pretendía que este juicio se aplicara a los modelos económicos en general. En conclusión, hay conexiones entre la Granger-no causalidad y la causalidad, pero son algo remotas y no se interpretan fácilmente.

Queda el punto de que los elementos causales discutidos anteriormente implican causalidad condicional y no mera causalidad. Como tales, implican intervenciones en subconjuntos de variables externas sujetas a restricciones lineales (ver Sección 1.4). Hemos observado más arriba que tales intervenciones no se concilian fácilmente con el supuesto estado libre de variaciones de las variables externas. Por lo tanto, la cuestión de qué significado económico

puede atribuirse a las intervenciones indicadas permanece abierta. Este punto debilita aún más el vínculo entre la causalidad y la causalidad de Granger.

### 3.2 Pearl

Pearl [22] presentó una formalización alternativa de la causalidad. Él veía su desarrollo como basado en el análisis de Cowles de la década de 1950, en particular el de Simon [25], como en este caso. La opinión de Pearl es que después de un comienzo prometedor durante los años de Cowles, los científicos sociales perdieron contacto con la idea del modelado estructural y no desarrollaron el análisis formal original de la causalidad. Criticó agudamente la tendencia de los economistas -como se ejemplifica en este artículo- a interpretar los signos de igual en modelos (supuestamente) estructurales como teniendo su significado matemático habitual, más que como representando directamente la causalidad. Para Pearl la definición de modelo estructural implica que el signo igual indica causalidad. También rechazaría la afirmación en la Sección 1.2 de que el análisis de causalidad de Simon es relevante para la práctica actual precisamente porque no depende de la interpretación del signo de igualdad como incorporando directamente la causalidad.

Bajo la interpretación de Pearl de un modelo estructural, cada ecuación estructural representa una ley causal distinta para una de las variables internas. Las intervenciones de Pearl se analizan suprimiendo la ecuación que determina una variable interna particular y estableciendo el valor de esa variable interna a un nivel preasignado. En este trabajo, en contraste, hemos seguido la literatura económica actual en el modelado de intervenciones mediante el sencillo expediente de especificar simplemente los valores de las variables causales.

Esta es una distinción que no hace diferencia cuando la variable causal es externa. Sin embargo, cuando la variable causa es interna, el algoritmo de Pearl puede conducir a dificultades. Suponer que tenga sentido eliminar una o más de las ecuaciones estructurales y reemplazar el valor de la variable interna así determinada por una constante sin alterar las otras ecuaciones ha sido denominado "**modularidad**".<sup>18</sup> En casos especiales, el supuesto de modularidad de Pearl se cumple, lo que implica que su algoritmo es válido incluso cuando la variable causal es interna. Por ejemplo, la modularidad para todas las intervenciones posibles en una ecuación dada se satisface si los conjuntos externos de las variables internas son disyuntos. Esta propiedad, sin embargo, prácticamente nunca se satisface en los modelos económicos ya que cada variable externa afecta típicamente a los valores de equilibrio de más de una variable interna. De hecho, es difícil pensar en modelos no triviales en cualquier área de investigación en la que se cumpla la hipótesis de modularidad (Cartwright [2]). En cualquier caso, cuando se satisface la modularidad, el orden causal resultante sobre las variables internas está vacío, por lo que el análisis causal se vuelve trivial.

Cuando falla la modularidad, el método de Pearl de analizar intervenciones es válido si la variable que Pearl trata como causa es de hecho causalmente anterior a la variable de efecto en el sentido definido en este artículo. Pero si no es así, la sustitución de la ecuación que determina la pretendida causa por la determinación directa del valor de equilibrio de esa variable equivale a deshacerse del modelo en el que la pregunta en cuestión es inherentemente ambigua: ¿cuál es el efecto de una variable sobre otra? - en favor de un modelo diferente en

<sup>18</sup> Este término fue utilizado por Cartwright y Reiss [3], cuya crítica de Pearl es similar a la presentada aquí. Fennell [6] se opuso a la aseveración de Pearl de que los modelos estructurales son inherentemente modulares, y en particular contra la atribución de Pearl de modularidad a Simon.

el que esta cuestión es inequívoca. No hay razón para suponer que el análisis causal basado en el modelo alterado tenga alguna relevancia para el modelo original.

Para tener una idea más clara de los problemas que el algoritmo de Pearl implica cuando falla el orden causal requerido, consideremos la aplicación de Pearl en un modelo de oferta y demanda como los analizados anteriormente. Pearl escribe el modelo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} [48] \quad & q = a_{qp} p + b_{qi} i \\ [49] \quad & p = a_{pq} q + b_{pw} w, \end{aligned}$$

donde se ha eliminado el término porque no juega ningún papel en el análisis. Aquí [48] es una ecuación de demanda estructural y [49] es una ecuación de oferta estructural. Como antes,  $i$  es ingreso y  $w$  es precipitaciones. Estas variables externas entran en la ecuación de demanda y en la ecuación de oferta, respectivamente. Este modelo se ajusta a la interpretación de Pearl de las ecuaciones de modelos estructurales como representando leyes causales distintas, una para cada variable interna. Aquí el precio causa la cantidad en la ecuación de demanda, mientras que la cantidad influye sobre el precio en la ecuación de oferta.<sup>19</sup> Los economistas se quedarán perplejos ante este modelo asimétrico de oferta y demanda; sin embargo, tal especificación es requerida por la caracterización de los modelos estructurales de Pearl.

Pearl observó que se pueden distinguir tres preguntas:

1. ¿Cuál es el valor esperado de "la demanda  $q$ " [comillas suministradas] si el precio se controla en  $p = p_o$ ?
2. ¿Cuál es el valor esperado de "la demanda  $q$ " si se informa que el precio es  $p = p_o$ ?
3. Dado que el precio actual es  $p = p_o$ , ¿cuál sería el valor esperado de "la demanda  $q$ " si controláramos el precio en  $p = p_i$ ?

Observen la sintaxis aquí: a pesar de la terminología de Pearl, el símbolo  $q$  se refiere a la cantidad (de equilibrio), que es igual a la cantidad demandada y la cantidad suministrada equivalentemente, como se ha indicado anteriormente. El uso de Pearl de la frase "demanda  $q$ " refleja su especificación de que la cantidad está determinada por el precio en la ecuación de demanda [48]. Por el contrario, el precio determina la cantidad en la ecuación de la oferta [49]. Uno se pregunta si Pearl aceptaría la pregunta "¿cuál es el valor esperado de la oferta  $q$ " si el precio se controla en  $p = p_o$ ?" como equivalente a la pregunta 1, por cuanto la cantidad de demanda es igual a la cantidad suministrada en equilibrio o si en su lugar, consideraría esta cuestión inaplicable en el sistema [48]-[49], en el que la cantidad suministrada es una causa del precio, no un efecto.

En una nota de pie de página Pearl informó que presentó este modelo y estas preguntas a más de cien estudiantes de econometría en la facultad. Se encontró que los encuestados no tenían problemas para responder a 2, pero sólo una persona podría resolver 1, y ninguno podría resolver 3. Con la excepción de un estudiante que podría responder a la pregunta 1 a la satisfacción de Pearl, éste es exactamente el patrón de respuestas que cabría esperar basado en el análisis del presente artículo: si la frase insatisfactoria "la demanda  $q$ " es reempla-

<sup>19</sup> El orden causal citado refleja, en el fondo, la lógica del modelo de mercado de Alfred Marshall.



zada simplemente por "q", la respuesta correcta a las preguntas 1 y 3 es que son ambiguas porque el precio no es causa de la cantidad en el sistema [48]-[49].

Con el algoritmo de Pearl, sin embargo, las preguntas 1 y 3 no son ambiguas. Se les responde suprimiendo [49] y reemplazándola con la ecuación  $p = p_o$  o  $p = p_i$ , respectivamente. Así, el parámetro causal relevante es  $a_{qp}$ ; la elasticidad de la oferta  $a_{pq}$  por suposición no juega ningún papel.

Estas dificultades surgen porque, como hemos visto, la representación de Pearl de un modelo económico difiere en aspectos clave de la representación de un modelo con el que la mayoría de los economistas se sentirían cómodos trabajando.

En contraste con la visión de Pearl, se argumentó que la definición de modelos "estructurales" como modelos que codifican directamente las ideas causales es un callejón sin salida.

### 3.3 Heckman

Heckman [10] analizó la causalidad en el contexto del modelo estándar de oferta y demanda, como aquí. El ejemplo que Heckman usó para analizar la causalidad puede escribirse de la siguiente manera:

$$[50] \quad \begin{aligned} q_s &= a_{sp} p_s + b_{sw} w \\ q_d &= a_{dp} p_d + b_{di} i. \end{aligned}$$

Esta estructura es similar a [17] - [18], excepto que el precio de oferta  $p_s$  se distingue del precio de demanda  $p_d$ . Debido a que las dos ecuaciones de este modelo no tienen variables comunes, pueden analizarse por separado. Heckman lo hizo así: interpretó a  $a_{sp}$  como midiendo el efecto causal de  $p_s$  sobre  $q_s$ , así como  $b_{sw}$  mide el efecto causal de  $w$  sobre  $q_s$ . La interpretación de la función de demanda es similar.

Al caracterizar el equilibrio, las ecuaciones de oferta y demanda se combinan agregando las identidades  $p_s = p_d = p$  y  $q_s = q_d = q$ . Observen el contraste entre este tratamiento y el propuesto aquí. Hemos analizado la causalidad del sistema como un todo, mientras que Heckman analizó la causalidad de cada ecuación tomada por separado. Heckman fue explícito sobre esto:

*Si los precios se fijan fuera del mercado, por ejemplo mediante un programa de precios del gobierno, podemos hipotéticamente variar  $p_d$  y  $p_s$  para obtener efectos causales para [50] y [51] como derivadas parciales o como diferencias finitas de precios manteniendo otros factores constantes (p 10, énfasis en el original).*



Bajo las definiciones propuestas aquí, el parámetro  $a_{sp}$  no está asociado con la causalidad porque, con  $p_s = p_d = p$  y  $q_s = q_d = q$  añadidas al modelo,  $p$  no causa  $q$ . Más bien, estas variables se determinan simultáneamente.

En este ejemplo, Heckman trató a  $p_s$  y  $p_d$  como variables externas con el propósito de analizar la causalidad, aunque  $p$  es interna cuando se imponen las condiciones de equilibrio. Este tratamiento conduce a ciertos enigmas. Por ejemplo, supongan que las ecuaciones se re-normalizan en precios más que en cantidades (como se observa en la nota 5, no está claro que Heckman aceptara la versión re-normalizada de esta ecuación como equivalente a la versión original).

Entonces, ¿sería interpretable el parámetro  $1/a_{sp}$  como una medida del efecto de  $q_s$  sobre  $p_s$ ? ¿Puede  $a_{sp}$  medir el efecto de  $p_s$  sobre  $q_s$  al mismo tiempo que  $1/a_{sp}$  mide el efecto de  $q_s$  sobre  $p_s$ , o tenemos que elegir? De cualquier manera, bajo el tratamiento de Heckman no parece haber ninguna asimetría involucrada con la causalidad. Los órdenes causales ya no son órdenes en el sentido matemático. En contraste, el tratamiento aquí está totalmente dentro del espíritu de la simulación de ecuaciones simultáneas. Un modelo de oferta-demanda con precio y cantidad como variables internas es un animal diferente de una ecuación de demanda (u oferta) con precio tomado como externo, y no se puede sustituir uno por el otro para analizar la causalidad.

#### 4 Conclusión

En este trabajo se ha presentado una exposición relativamente detallada del reporte Cowles recibido de la causalidad en los modelos de las ciencias sociales, junto con una justificación para el tratamiento Cowles de los órdenes causales fijando condiciones bajo las cuales las intervenciones son o no inequívocas. Además, se comparó el análisis de Cowles de la causalidad con discusiones más recientes, concluyendo que las discusiones más recientes difieren en aspectos esenciales tanto del tratamiento de Cowles como entre sí. Teniendo en cuenta que el propósito de los modelos de ciencias sociales es proporcionar un marco para el análisis riguroso de la causalidad, esta no es una situación demasiado satisfactoria. Se espera que analistas interesados en la investigación filosófica traten de reunir estas diversas líneas de pensamiento en el análisis de la estructura causal.

## Referencias

- [1] Nancy Cartwright. Probabilities and experiments. *Journal of Econometrics*, 67:47-59, 1995.
- [2] Nancy Cartwright. Measuring causes: Invariance, modularity and the causal Markov condition. reproduced, London School of Economics, undated.
- [3] Nancy Cartwright and Julian Reiss. Uncertainty in economics: Evaluating policy counterfactuals. reproduced, CPNSS, London School of Economics, 2003.
- [4] Robert F. Engle, David F. Hendry, and Jean-Francois Richard. Exogeneity. *Econometrica*, 51:277-304, 1983.
- [5] Damien J. Fennell. Comments on Stephen LeRoy's 'Causality in Economics'. reproduced, London School of Economics, 2004.
- [6] Damien J. Fennell. Causality, mechanisms and modularity: Structural models in econometrics. reproduced, London School of Economics, 2006.
- [7] Franklin M. Fisher. *The Identification Problem in Econometrics*. Krieger, New York, 1976.
- [8] Clive W. J. Granger. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37:424-438, 1969.
- [9] Daniel M. Hausman. *Causal Asymmetries*. Cambridge U. P., Cambridge, 1998.
- [10] James J. Heckman. Causal parameters and policy analysis in economics: A twentieth century retrospective. National Bureau of Economic Research, 1999.
- [11] James J. Heckman. The scientific model of causality. Reproduced, University of Chicago, 2004.
- [12] William C. Hood and Tjalling C. Koopmans, editors. *Studies in Econometric Method*. John Wiley and Sons, Inc., 1953.
- [13] Kevin D. Hoover. The causal direction between money and prices. *Journal of Monetary Economics*, 1991.
- [14] Kevin D. Hoover. *Causality in Macroeconomics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [15] Kevin D. Hoover. *The Methodology of Empirical Macroeconomics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [16] Kevin D. Hoover. Nonstationary time series, cointegration, and the principle of the common cause. *British Journal of the Philosophy of Science*, 54:527-551, 2003.
- [17] Edward E. Leamer. Vector autoregressions for causal inference? volume 22. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, 1985.
- [18] Stephen F. LeRoy. Causal orderings. In Kevin D. Hoover, editor, *Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects*. Kluwer Academic Publishers, 1995.

- [19] Stephen F. LeRoy. On policy regimes. In Kevin D. Hoover, editor, *Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [20] Robert E. Lucas. Econometric policy evaluation: A critique. In Karl Brunner and Allan H. Meltzer, editors, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*. North-Holland, 1976.
- [21] Jacob Marschak. Economic measurement for policy and prediction. In William C. Hood and Tjalling C. Koopmans, editors, *Studies in Econometric Method*. John Wiley and Sons, Inc., 1953.
- [22] Judea Pearl. *Causality: Models, Reasoning and Inference*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [23] Hans Reichenbach. *The Direction of Time*. University of California Press, Berkeley, 1956.
- [24] Glenn Shafer. *The Art of Causal Conjecture*. Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [25] Herbert A. Simon. Causal ordering and identifiability. In William C. Hood and Tjalling C. Koopmans, editors, *Studies in Econometric Method*. John Wiley and Sons, Inc., 1953.
- [26] Christopher A. Sims. Exogeneity and causal ordering in macroeconomic models. In Christopher A. Sims, editor, *New Methods of Business Cycle Research: Proceedings from a Conference*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1977.