

# John Nash y "A Beautiful Mind"

John Milnor

Notices of the American Mathematical Society, November 1998, Volume 45,  
Number 10 <https://www.ams.org/notices/199810/milnor.pdf>

*Traducción:* Enrique A. Bour

*John Milnor es director del Instituto de Ciencias Matemáticas de la Universidad Estatal de Nueva York, Stony Brook. Su dirección de correo electrónico es jack@math.sunysb.edu*

John Forbes Nash Jr. publicó su primer trabajo con su padre a los diecisiete años. Su tesis, a los veintiún años, presentó ideas matemáticas claras y elementales que inauguraron una lenta revolución en campos tan diversos como la economía, la ciencia política y la biología evolutiva. Durante los siguientes nueve años, en un increíble aumento de la actividad matemática, buscó y a menudo resolvió los problemas más difíciles y más importantes que pudo encontrar en geometría y análisis. Luego un colapso mental condujo a treinta años perdidos y dolorosos, puntuados por hospitalizaciones intermitentes, así como ocasionales remisiones. Sin embargo, en los últimos diez años se produjo un marcado despertar y un retorno a las matemáticas. Mientras tanto, la importancia del trabajo de Nash fue reconocida con muchos honores: Premio von Neumann, beca en la Sociedad de Econometría y la Academia Americana de Artes y Ciencias, membresía en la Academia Nacional de Ciencias de EE.UU., culminando con un Premio Nobel.

## Una Mente Brillante

La biografía de Sylvia Nasar, *A Beautiful Mind*,<sup>1</sup> cuenta esta historia con un detalle cuidadosamente documentado, basado en cientos de entrevistas con amigos, familiares, conocidos y colegas, así como en un estudio de los documentos disponibles. De hecho, es una entrevistadora de gran talento y en algunos casos parece desenterrar material mucho más allá de lo que uno podría esperar. Describe detalladamente las deliberaciones, no sólo de las Medallas Fields de 1958, en las que Nash había sido un posible candidato, sino también del Premio Nobel de Economía de 1994, deliberaciones que fueron tan explosivas que condujeron a una reestructuración radical del premio y a un cambio completo en el comité de candidaturas. En general sus fuentes son cuidadosamente identificadas, pero en estos casos particulares permanecen anónimas.

---

<sup>1</sup> Sylvia Nasar, *A beautiful mind: A biography of John Forbes Nash Jr.*, Simon & Schuster, 1998, \$25.00 tapa dura, 459 páginas, ISBN 0684819066. (Véase también [Nas].)

Aunque Nasar se formó en economía más que en matemáticas, puede ofrecer antecedentes, descripciones aproximadas y referencias precisas para todos los trabajos principales de Nash. También, proporciona una amplia descripción de los lugares y personas que jugaron un papel en su vida. (Los enunciados matemáticos y los nombres propios son a veces un poco confusos, pero el lector astuto puede generalmente entender lo que se quiere decir). Así encontramos información fascinante sobre la historia del Carnegie Tech, Princeton, la Corporación Rand, el MIT, el Instituto de Estudios Avanzados y el Instituto Courant, y también información sobre muchas personalidades matemáticas bien conocidas y no tan conocidas. La discusión lleva a muchos vericuetos interesantes: su descripción del MIT está entrelazada con una discusión de la era McCarthy, mientras que su descripción de la Rand Corporation y de von Neumann lleva a una discusión de la relación de teoría de los juegos con la política de la Guerra Fría. (Von Neumann, que abogaba por un ataque preventivo contra la Unión Soviética, pudo haber sido el modelo original del Dr. Strangelove de Kubrick).



John Forbes Nash, Jr., y su esposa Alicia en 2002

Cualquier discusión sobre el libro de Nasar debe señalar un dilema ético central: se trata de una biografía no autorizada, escrita sin consentimiento o cooperación de su protagonista. La actividad matemática de Nash iba acompañada de una enredada vida personal, que Nasar describe con gran detalle. Este material es ciertamente de interés para una amplia audiencia. (Oliver Sacks, citado en el anuncio del editor, escribe que el libro es "extraordinariamente conmovedor, notable por sus comprensivos puntos de vista tanto sobre el genio como sobre la esquizofrenia".) Inevitablemente, sin embargo, la publicación de tal material implica una drástica violación de la privacidad de su sujeto.

El libro está dedicado a Alicia Nash, primero su esposa y luego su firme compañera, cuyo apoyo a través de imposibles dificultades jugó claramente un papel importante en su recuperación.

### **Obra Científica de Nash**

Los matemáticos puros tienden a juzgar cualquier trabajo en ciencias matemáticas sobre la base de su profundidad matemática y la medida en que introduce nuevas

ideas y métodos matemáticos, o resuelve problemas de larga data. Visto de esta manera, el trabajo premiado de Nash es una aplicación ingeniosa pero no sorprendente de métodos bien conocidos, mientras que su trabajo matemático posterior es mucho más rico e importante. Durante los años siguientes demostró que cada variedad compacta y lisa puede convertirse en una lámina de una variedad algebraica real,<sup>2</sup> probó el teorema de incrustación isométrica  $C^1$  altamente contrario a la intuición, introdujo herramientas poderosas y radicalmente nuevas para probar el teorema de incrustación isométrica  $C^\infty$ , mucho más difícil, en dimensiones elevadas, e inició con vigor los teoremas de existencia fundamental, singularidad y continuidad para ecuaciones diferenciales parciales. (Comparar [K1] y [M] para una mayor discusión de estos resultados).

Sin embargo, cuando las matemáticas se aplican a otras ramas del conocimiento humano, debemos hacernos una pregunta muy diferente: ¿Hasta qué punto el nuevo trabajo aumenta nuestra comprensión del mundo real? Sobre esta base, la tesis de Nash resultó ser nada menos que revolucionaria. (Compare [N21], así como [U].) El campo de esta teoría de los juegos fue creado por John von Neumann y fue escrito en colaboración con Morgenstern. La teoría von Neumann-Morgenstern de los juegos de suma cero para dos jugadores era altamente satisfactoria y ciertamente tenía aplicación en la guerra, como fue ampliamente señalado por los militares. Sin embargo, tenía pocas otras aplicaciones. Sus esfuerzos por desarrollar una teoría de los juegos  $n$  personales de suma no nula para su uso en teoría económica no eran muy útiles en realidad. (Tanto Nash como este revisor participaron en un estudio experimental de juegos  $n$ -personales [N10]. Por lo que sé, ningún estudio de este tipo ha sido capaz de detectar demasiada correspondencia entre las "soluciones" de von Neumann-Morgenstern y el mundo real).

Nash en su tesis fue el primero en hacer hincapié en la distinción entre juegos cooperativos, como los estudiados por von Neumann y Morgenstern (a grandes rasgos, se trata de juegos en los que los participantes pueden sentarse en una habitación llena de humo y negociar entre ellos), y los juegos no cooperativos más fundamentales, en los que no existe tal negociación. De hecho, el caso cooperativo puede reducirse normalmente al caso no cooperativo incorporando las posibles formas de cooperación a la estructura formal del juego. Nash inició la teoría cooperativa con su trabajo [N5] sobre el Problema de la Negociación, concebido en cierta medida cuando todavía era un estudiante universitario. (Un estudio relacionado, mucho más temprano, se debe a Zeuthen.) Como una observación de este trabajo, Nash especulaba con que cada juego cooperativo debería tener un valor que exprese "la utilidad para cada jugador

---

<sup>2</sup> Artin y Mazur usaron este trabajo [N7] para probar el importante resultado de que todo auto-mapa liso de una variedad compacta puede ser aproximado por uno para el cual el número de puntos periódicos de período  $p$  sea menor que alguna función exponencial de  $p$ . Durante más de treinta años, no se conocía ninguna otra prueba. Sin embargo, Kaloshin ha dado recientemente un argumento mucho más elemental, basado en el Teorema de Aproximación de Weierstrass.

de la oportunidad de participar en el juego". Tal valor fue construido por Shapley unos años más tarde.

Sin embargo, la mayor contribución, que lo llevó a ganar el Premio Nobel, fue la teoría no cooperativa. Nash introdujo el concepto fundamental de *punto de equilibrio*: un conjunto de estrategias de los diferentes actores de tal manera que ningún jugador pueda mejorar su resultado cambiando sólo su propia estrategia. (Algo muy parecido a este concepto había sido introducido por Cournot más de cien años antes). Mediante una ingeniosa aplicación del Teorema de Punto Fijo de Brouwer, demostró que siempre existe al menos un punto de equilibrio. (Para explicaciones más detalladas, ver [OR], [M].)

A lo largo de los años, los desarrollos de la aparentemente simple idea de Nash han llevado a cambios fundamentales en la economía y la ciencia política. Nasar ilustra el impacto en dólares y centavos de las ideas de teoría de juegos describiendo "La mayor subasta de la historia" en 1994, cuando el gobierno estadounidense vendió grandes porciones del espectro electromagnético a usuarios comerciales. Los expertos en teoría de los juegos de subastas diseñaron cuidadosamente un procedimiento de múltiples rondas para maximizar tanto el beneficio para el gobierno como la utilidad de las longitudes de onda adquiridas para los respectivos compradores. El resultado fue muy exitoso, aportando más de 10.000 millones de dólares al gobierno y garantizando al mismo tiempo una asignación eficiente de recursos. En cambio, una subasta similar en Nueva Zelanda, sin un diseño tan cuidadoso de la teoría de los juegos, fue un desastre en el que el gobierno sólo obtuvo alrededor del 15 por ciento de sus ganancias esperadas y las longitudes de onda no se distribuyeron de manera eficiente. (En un caso, ¡un estudiante neozelandés compró una licencia de estación de televisión por un dólar!)

Un triunfo totalmente inesperado de la teoría del equilibrio ha sido su aplicación a la genética de poblaciones y a la biología evolutiva. Basada en el trabajo pionero de Maynard Smith, ideas de teoría de los juegos se aplican ahora a la competencia entre diferentes especies o dentro de una especie. (Comparar [MS], [HS], [W]. Una forma más precisa de esta teoría, popularizada por Dawkins [D1], sostiene que la competencia es más bien entre genes individuales.) Allí también ha habido un interesante flujo inverso de ideas, desde la evolución a la economía. De acuerdo con Binmore (en [W]):

*A pesar de las observaciones de Nash en su tesis sobre una posible interpretación evolutiva<sup>3</sup> de la idea de un equilibrio de Nash, la atención en ese momento se centró casi por completo en su interpretación como el único resultado viable de un razonamiento cuidadoso por parte de actores idealmente racionales. ... Afortunadamente... el libro de Maynard Smith Evolution and*

---

<sup>3</sup> Aquí Binmore no se refiere a la evolución biológica, sino a un proceso dinámico en el cual repetidas jugadas de un juego convergen a un equilibrio. Desafortunadamente, esta discusión de la tesis de Nash no aparece en su trabajo publicado.

the Theory of Games *dirigió la atención de los teóricos de juegos alejándolos de sus cada vez más elaboradas definiciones de racionalidad. Después de todo, no se puede decir que los insectos piensen en absoluto, por lo que la racionalidad no puede ser tan crucial si teoría de juegos logra de alguna manera predecir su comportamiento en condiciones adecuadas. Simultáneamente, el advenimiento de la economía experimental trajo a casa el hecho de que los sujetos humanos no son tampoco grandes fanáticos del pensamiento. Cuando encuentran el camino hacia el equilibrio de un juego, lo hacen típicamente usando métodos de prueba y error.*

En todas las aplicaciones hay que destacar un corolario muy importante: *Aunque la teoría del equilibrio, tal como la desarrollaron Nash y sus sucesores, parece proporcionar la descripción más conocida de lo que es probable que ocurra en una situación de competencia, un equilibrio no es necesariamente un buen resultado para nadie.* A diferencia de la teoría económica clásica de Adam Smith, en la cual la libre competencia conduce a los mejores resultados posibles, y a diferencia de la teoría clásica darwiniana, en la cual la selección natural siempre conduce a la mejora de la especie,<sup>4</sup> la dinámica real de la competencia no regulada puede ser desastrosa. Todos sabemos que el conflicto político entre naciones puede conducir a una carrera de armamentos, lo que es malo para todos los implicados, y en casos extremos puede llevar a una guerra totalmente innecesaria. De manera similar, en la teoría evolutiva una carrera armamentista dentro de una especie o entre especies en competencia durante períodos de tiempo geológico puede ser extremadamente perjudicial.<sup>5</sup> De hecho, parece perfectamente concebible que la selección natural pueda a veces llevar a un callejón sin salida y a una eventual extinción. He aquí una versión ligeramente exagerada de un ejemplo que se remonta a Darwin. (Comparar [D3], [D4].) Supongamos que un faisán amoroso siempre elige el pavo real con la cola más espléndida. Esto debería conducir a una carrera armamentística evolutiva durante la cual las colas se agrandan progresivamente, hasta que los machos se vuelvan tan torpes que no puedan escapar de los depredadores.

Se aplican comentarios similares en teoría económica. En este caso, se espera que una regulación gubernamental cuidadosamente elegida pueda modular los efectos negativos de la competencia desenfrenada y conducir a un mejor resultado para todos los interesados. Sin embargo, la cuestión de quién hará la elección cuidadosa es,

---

<sup>4</sup> De acuerdo con Darwin, "Como la selección natural funciona únicamente por y para el bien de cada ser, todas las dotes corporales y mentales tenderán a progresar hacia la perfección." Sin embargo, también expresó una opinión contraria. Compare el debate sobre "por qué el progreso no rige la historia de vida" en Gould [G1]. Desafortunadamente, ha habido muchos malentendidos innecesarios y un mal ambiente entre aquellos como Maynard Smith que trabajan con modelos teóricos para la evolución y aquellos como Gould [G2] que enfatizan que el mundo real es más complicado que cualquier modelo.

<sup>5</sup> Comparar [DK], [D2]. Al interpretar la frase "carrera armamentista" para una competencia evolutiva, recordar que el éxito reproductivo es más importante que la destreza en la batalla. La mejor estrategia evolutiva es a menudo "hacer el amor, no la guerra".

por supuesto, una cuestión de política y conduce a un problema aún más complicado para la teoría del equilibrio.

## Referencias

- [AM] M. ARTIN and B. MAZUR, On periodic points, *Ann. Math.* 81 (1965), 82–99.
- [C] A. A. COURNOT, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, 1838 (translation by N. T. Bacon: *Researches into the Mathematical Theory of Wealth*, McMillan, (1927).
- [D1] R. DAWKINS, *The Selfish Gene*, Oxford Univ. Press, 1976.
- [D2] ———, *The Extended Phenotype*, Oxford Univ. Press, 1982.
- [D3] ———, *The Blind Watchmaker*, Norton, 1986.
- [D4] ———, *River Out of Eden*, Basic Books, Harper Collins, 1995.
- [DK] R. DAWKINS and J. R. KREBS, Arms races between and within species, *Proc. Royal Soc. London B* 205 (1979), 489–511.
- [G1] S. J. GOULD, *Full House*, Harmony Books, 1996.
- [G2] ———, *Darwinian fundamentalism*, New York Review of Books, June 12, 1997, 34–37.
- [HS] P. HAMMERSTEIN and R. SELTEN, Game theory and evolutionary biology, *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, vol. 2, (Aumann and Hart, eds.), Elsevier, 1994, pp. 929–993.
- [Ka] V. KALOSHIN, *Generic diffeomorphisms with superexponential growth of numbers of periodic units*, Princeton Univ., in preparation.
- [K1] H. KUHN, Introduction to “A celebration of John F. Nash Jr.”, *Duke J. Math* 81 (1995), dedicated to Nash.
- [K2] ——— (ed.), *Classics in game theory*, Princeton Univ. Press, 1997.
- [MS] J. MAYNARD SMITH, *Evolution and the theory of games*, Cambridge Univ. Press, 1982.

- [M] J. MILNOR, A Nobel Prize for John Nash,<sup>6</sup> *Math. Intelligence* 17 (1995), 11–17; 56.
- [Nas] S. NASAR, A beautiful mind, *Vanity Fair* (June 1998), 196–201, 224–230. (A highly condensed version of the book, with color pictures).
- [No] A. NOBILE, Some properties of the Nash blowing-up, *Pacific J. Math.* 60 (1975), 297–305.
- [OR] M. OSBORNE and A. RUBINSTEIN, *A Course in game theory*, MIT Press, 1994.
- [S] L. S. SHAPLEY, A value for n-person games, Contributions to the Theory of Games II, *Ann. Of Math. Stud.* Vol. 28, Princeton Univ. Press, 1953, pp. 307–317. (Also in [K2])
- [U] G. UMBHAUER, John Nash, un visionnaire de l'économie. *Gaz. Math.* 65 (1995), 47–69.
- [vN] J. VON NEUMANN, Zur Theorie der Gesellschaftspiele, *Math. Ann.* 100 (1928), 295–320.
- [vNM] J. VON NEUMANN and O. MORGENSTERN, *Theory of games and economic behavior*, Princeton Univ. Press, 1944.
- [W] J. WEIBULL, *Evolutionary game theory*, MIT Press, 1995. (Introduction by K. Binmore.)
- [Zer]E. ZERMELO, Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels, *Proc. 5th International Congress of Mathematicians*, vol. 2, Cambridge Univ. Press, 1913, 501–504.
- [Zeu] F. ZEUTHEN, *Problems of monopoly and economic welfare*, Routledge, London, 1930.

---

<sup>6</sup> Corrección de fechas: Afirmé en [M] (citado por Nasar, p. 68) que las ideas de Nash sobre la desingularización de las variedades algebraicas se remontan a principios de la década de 1950. De hecho, las fechas correctas son 1963–64 (Nasar, Capítulo 42). La construcción de Nash fue probablemente publicada por primera vez por Nobile [No] en 1975.